Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LIX Egzamin dla Aktuariuszy z 12 marca 2012 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 12 marca 2012 r.

1. Rozważamy populację de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Wiadomo, że

$\overset{o}{e}_{x:\overline{30}|} = E(\min(T(x),\ 30)) = 20$. Oblicz x.

(A) 40 (B) 45 (C) 50 (D) 55
(E) 60

2. Niech $\bar{A}_x(\delta, \mu)$ oznacza składkę jednorazową netto za polisę wypłacającą w chwili śmierci, obliczoną z użyciem technicznej intensywności oprocentowania $\delta > 0$ oraz przy rozkładzie trwania życia zaburzonym w stosunku do oryginalnego wg wzoru $\mu'_{x+t} = \mu_{x+t} + \mu$, gdzie parametr $\mu \geq 0$ nie zależy od wieku $x+t$.

Wówczas zachodzi wzór:

(A) $\bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\delta}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$

(B) $\bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\mu}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\delta}{\delta + \mu}$

(C) $\bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\delta}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\delta}{\delta + \mu}$

(D) $\bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\mu}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$

(E) $\bar{A}_x(\delta, \mu) = \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$

3. Rozpatrujemy populację, w której w każdym roczniku śmiertelność ma jednostajny rozkład. Na życie (x) zawarto bezterminowe ubezpieczenie z sumą ubezpieczenia 100 000 wypłacaną na koniec kwartału, w którym nastąpiła śmierć. Składka netto jest płacona raz w roku, na początku każdego roku ubezpieczenia, w stałej wysokości P. Przy wypłacie świadczenia śmiertelnego jest zwracany aktuarialny ekwiwalent „nadpłaconej" składki za okres od momentu śmierci do końca roku wraz z technicznym oprocentowaniem za „zwłokę" w wypłacie zwracanej części składki.

Podaj składkę P, jeśli dane są $A_x = 0{,}15$ oraz $i = 10\%$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1 662 (B) 1 670 (C) 1 678 (D) 1 686
(E) 1 694

4. Rozważmy dwie polisy emerytalne. W każdej z nich ubezpieczony (25) będzie płacić składkę w wysokości 1 na początku każdego roku, w formie renty życiowej 40-letniej. W przypadku polisy I przedwczesna śmierć powoduje, że składki przepadają i nie ma żadnego świadczenia dla rodziny, a w przypadku dożycia do wieku 65 zaczyna się wypłata emerytury dożywotniej w corocznej wysokości E_I. W przypadku polisy II rodzina dziedziczy zakumulowaną składkę w przypadku przedwczesnej śmierci, a w przypadku dożycia przez ubezpieczonego wieku 65 lat zaczyna on pobierać należną emeryturę dożywotnią w wysokości E_{II} na rok.

Oblicz $\frac{E_I}{E_{II}}$, jeżeli dane są

$$i = 4\%; \qquad D_{25} = 36\,533 \qquad D_{65} = 5\,108$$
$$N_{25} = 760\,279 \qquad N_{65} = 51\,349$$

(A) 1,35 (B) 1,40 (C) 1,45 (D) 1,50
(E) 1,55

5. Rozważamy ubezpieczenie 40-letnie na życie i dożycie ze stałą sumą ubezpieczenia dla (x) wylosowanego z populacji wykładniczej o parametrze $\mu > 0$, które jest opłacane za pomocą ciągłej renty życiowej składek ze stałą intensywnością netto $\overline{P}$. Wiemy ponadto, że techniczna intensywność oprocentowania $\delta > 0$ spełnia warunek $\delta + \mu = 0{,}04$. Oblicz

$$\frac{\overline{V}(30)}{\overline{V}(20)}$$

gdzie $\overline{V}(t)$ oznacza rezerwę składek netto po t latach.
Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 1,6 (B) 1,7 (C) 1,8 (D) 1,9
(E) 2,0

6. Rozpatrujemy dyskretny model 25-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Roczna składka brutto w wysokości 738 zł jest płatna przez cały okres ubezpieczenia. Składka brutto zawiera stały narzut amortyzujący koszty początkowe poniesione w wysokości $\alpha\%$ sumy ubezpieczenia oraz narzut na bieżące koszty administracyjne w wysokości 8% składki brutto.
Dla jakiego poziomu α rezerwa brutto wyznaczona metodą Zillmera osiągnie na koniec drugiego roku ubezpieczenia po raz pierwszy wartość dodatnią? Dane są:

$v = 0{,}95 \qquad q_x = 0{,}0350 \qquad q_{x+1} = 0{,}0375$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 6,425% (B) 6,550% (C) 6,675% (D) 6,800%
(E) 6,925%

7. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Po k latach ubezpieczenia rezerwa składek netto osiągnęła poziom 4 610 zł i zapłacono składkę netto za kolejny rok ubezpieczenia w wysokości 220 zł.
Przy założeniach technicznych $i = 4\%$ oraz $q_{x+k} = 0{,}02$ ubezpieczyciel kalkulował zerowy zysk techniczny na polisie aktywnej na początku ($k+1$)-szego roku ubezpieczenia. Podaj zysk techniczny przypadający ubezpieczycielowi (na polisę jak wyżej według wartości na koniec ($k+1$)-szego roku), jeśli osiągnął on w ($k+1$)-szym roku oprocentowanie $i' = 6\%$ oraz odnotował śmiertelność $q'_{x+k} = 0{,}015$.
Wskaż najbliższą wartość.

(A) 20,30 (B) 22,65 (C) 25,00 (D) 27,35
(E) 29,70

8. Rozpatrujemy populację z wykładniczym rozkładem czasu życia z parametrem $\mu = 0{,}02$ oraz ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł i składką płatną przez cały okres ubezpieczenia ze stałą roczną intensywnością *P*.
Ubezpieczenie jest wystawiane na osoby pracujące. Ubezpieczenie zawiera jednorazową (tylko pierwszy przypadek bezrobocia) klauzulę bezzwrotnego zawieszania płatności składek w następujących sytuacjach:

- na 6 miesięcy, w momencie utraty pracy,
- na następne 6 miesięcy, jeśli stan bezrobocia trwa po 6 miesiącach od utraty pracy,
- na kolejne 6 miesięcy, jeśli stan bezrobocia trwa po roku od utraty pracy.

Dana jest intensywność zmiany stanu aktywnego (*a*) na stan bezrobocia (*b*) oraz analogiczna intensywność przejścia z bezrobocia w stan aktywny:

$$\mu_x^{ab} = 0{,}05 \qquad \mu_x^{ba} = 0{,}20 .$$

Stan bezrobocia nie zmienia śmiertelności.
Wyznacz składkę *P* w tym ubezpieczeniu dla $\delta = 0{,}04$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 480 (B) 485 (C) 490 (D) 495
(E) 500

9. Dane są wartości:

$\delta = 0{,}04$; $\mu_x = 0{,}01$; $\mu_y = 0{,}02$ $\bar{a}_x = 9$ $\bar{a}_y = 6$ $\bar{a}_{x:y} = 4$

Oblicz przybliżoną wartość

$$\bar{a}_{\overline{x+\frac{1}{12}:y+\frac{1}{12}}}$$

(A) 10,90 (B) 10,92 (C) 10,94 (D) 10,96
(E) 10,98

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego typu *"Defined Contribution"* , w którym przez cały okres aktywności płacona jest składka ze stałą intensywnością C, a wysokość emerytury jest ustalana w momencie przejścia na emeryturę według zasad obowiązujących w ubezpieczeniu rentowym. Populacja uczestników planu emerytalnego jest populacją de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$. W stanie aktywnym uczestnikom planu grozi odejście z planu z przyczyny innej niż śmierć ze stałą roczną intensywnością $\mu = 0{,}04$. Osobom, które umierają lub wychodzą z planu przed przejściem na emeryturę, plan zwraca składki wraz z technicznym oprocentowaniem.

Wszyscy uczestnicy wchodzą do planu w wieku 25 lat. Referencyjnym wiekiem emerytalnym jest 65 lat. Przy technicznym oprocentowaniu $\delta = 0{,}04$ podaj, o ile procent będzie wyższa intensywność rocznej emerytury osoby, która przejdzie na emeryturę w wieku 70 lat. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 38,25% (B) 39,00% (C) 39,75% (D) 40,50%
(E) 41,25%

LIX Egzamin dla Aktuariuszy z 12 marca 2012 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi...........................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	A	
3	C	
4	B	
5	D	
6	A	
7	D	
8	A	
9	D	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.