

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LIII Egzamin dla Aktuariuszy z 31 maja 2010 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 31 maja 2010 r.

1. Niech $T(x)$ oznacza dalsze trwanie życia (x) oraz $K(x) = [T(x)]$ niech oznacza część całkowitą $T(x)$. Niech dalej $e_x = E(K(x))$. Dane są
- $$e_x = 48,26 \quad , \quad q_x = 0,00136 \quad , \quad q_{x+1} = 0,00136 \quad , \quad q_{x+2} = 0,00134 .$$
- Obliczyć e_{x+3} .

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- A) 45,15 (B) 45,25 (C) 45,35 (D) 45,45
(E) 45,55

2. Rozważamy ubezpieczenie spłaty kredytu hipotecznego 30 – letniego wysokości 1 zł , który zaciągnął (25) wylosowany z populacji de Moivre’a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Intensywność oprocentowania kredytu wynosi $\Delta = 0,12$ w skali roku. Kredyt jest spłacany w postaci renty ciągłej z odpowiednio dobraną stałą intensywnością. W przypadku śmierci kredytobiorcy w ciągu najbliższych 30 lat ubezpieczyciel spłaci natychmiast kredytodawcy niespłaconą część kredytu. Obliczyć składkę jednorazową netto S/N za to ubezpieczenie. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,14 (B) 0,19 (C) 0,24 (D) 0,29
(E) 0,34

3. Osoba urodzona 1 lipca zawarła 1 października, w wieku $(x + \frac{1}{4})$ lat ubezpieczenie rentowe na 3 wypłaty po 10 000 zł płatne w kolejne 3 daty 1 stycznia.

Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$q_x = q_{x+1} = 0,12 \quad q_{x+2} = 0,16 \quad v = 0,95$$

oraz śmiertelność w ciągu każdego roku życia ma rozkład zgodny z hipotezą Balducciego. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 24 062 (B) 24 083 (C) 24 104 (D) 24 125
(E) 24 146

4. Rozważamy ubezpieczenie bezterminowe na życie dla (25), które jest opłacane za pomocą renty życiowej corocznych składek w wysokości netto P_{25} . Na koniec roku śmierci ubezpieczonego będzie wypłacona suma ubezpieczenia 1 zł. Korzystając z założenia UDD obliczyć rezerwę składek netto

$${}_{34}V_{25}$$

Dane są

$$i = 5\%, \quad q_{59} = 0,02256, \quad A_{25} = 0,147; \quad A_{60} = 0,493$$

- (A) 0,4025 (B) 0,4030 (C) 0,4035 (D) 0,4040
(E) 0,4045

5. Rozpatrujemy dyskretny typ n -letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1000 zł i składką płatną przez n lat ubezpieczenia. Po k latach ubezpieczenia ubezpieczony zaprzestał płacenia składek i może wybrać jeden z dwóch, aktuarialnie równoważnych, sposobów konwersji swej polisy:
- bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 1900 zł,
 - terminowe, $(n-k)$ -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ze świadczeniem śmiertelnym S oraz sumą ubezpieczenia za dożycie 1000 zł.

Wyznacz sumę ubezpieczenia za śmierć S . Dane są:

$$\frac{A_{x+k:\overline{n-k}|}}{A_{x+k}} = 1,6 \quad \frac{A_{x+k:\overline{n-k}|}^1}{{}_{n-k}E_{x+k}} = 0,3 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1791 (B) 1812 (C) 1833 (D) 1854
(E) 1875

6. (25) płaci regularne coroczne składki w wysokości P aż do osiągnięcia wieku 60. Od tego momentu zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości 1 na rok. Dane są:

$$i = 5\%, \quad \text{Var}(A_{33}) = 1,42026; \quad N_{60} = 41942, \quad D_{60} = 3940$$

oraz

$$l_{25} = 96969; \quad l_{58} = 76909; \quad l_{59} = 75301; \quad l_{60} = 73602$$

Oblicz P . Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,07 (B) 0,08 (C) 0,09 (D) 0,10
(E) 0,11

7. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ciągłego typu z sumą ubezpieczenia 10 000 zł i ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością. Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą 3 % sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Roczna intensywność kosztów administracyjnych rośnie równomiernie od 10% sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy do 20% w momencie wygaśnięcia polisy z powodu dożycia. Wyznacz różnicę między rezerwą brutto a rezerwą netto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli populacja ubezpieczonych ma wykładniczy rozkład czasu trwania życia z parametrem $\mu = 0,04$ oraz $\delta = 0,06$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1930 (B) 1970 (C) 2010 (D) 2050
(E) 2090

8. W modelu szkodowości dwojakiej dane są funkcje intensywności poszczególnych szkód:

$$\mu_{1,x+t} = \frac{2}{80-t} \quad , \quad \mu_{2,x+t} = \frac{1}{\omega-t}.$$

Wiadomo ponadto, że

$$\Pr(J = 1) = \Pr(J = 2).$$

Oblicz ω .

- (A) $\omega = 40$ (B) $\omega = 45$ (C) $\omega = 50$ (D) $\omega = 55$
(E) $\omega = 60$

9. Rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia dla $(x=65)$ oraz $(y=60)$, które w pierwszych 5 latach ubezpieczenia wypłaca jednorazowo 10 000 w chwili śmierci (x) , jeśli (y) żyje, a następnie (niezależnie od daty śmierci (x)) 5 lat po śmierci (x) , jeśli (y) nadal żyje, zaczyna wypłacać (y) dożywotnią rentę z intensywnością 10 000 na rok. Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli obydwa życia (x) i (y) są niezależne, mają wykładniczy rozkład czasu trwania życia $\mu_x = 0,03$, $\mu_y = 0,02$ oraz $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 26 050 (B) 27 480 (C) 29 840 (D) 31 380
(E) 32 620

10. Rozpatrujemy kohortę uczestników planu emerytalnego w wieku 45 lat. Plan dopuszcza przejście na emeryturę w wieku między 55 a 65 lat.

Prawdopodobieństwo utrzymania aktywnego statusu opisuje ${}_t p_{45}^{(\tau)} = \frac{40-t}{40}$ dla

$0 \leq t < 20$, a intensywność przejścia na emeryturę $\mu_{45+t}^{(r)} = \frac{1}{60-t}$ dla $10 \leq t < 20$.

Osoby, które osiągną wiek 65 lat w stanie aktywnym, przechodzą natychmiast na emeryturę.

Roczna kwota emerytury jest równa 4% sumy wynagrodzeń z całego okresu zatrudnienia. Tegoroczna płaca 45-letniego uczestnika wynosi 50 000. Wyznacz tegoroczną składkę emerytalną dla 45-letniego uczestnika. Przyjmij, że całe roczne wynagrodzenie jest wypłacane na początku roku oraz że emerytura jest płatna ze stałą intensywnością. Dane są:

$$\delta = 0,05 \qquad \bar{a}_{45+t} = 20 - \frac{t}{3} \quad \text{dla } 10 \leq t \leq 20.$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 6 570 (B) 6 660 (C) 6 750 (D) 6 840
(E) 6 930

LIII Egzamin dla Aktuariuszy z 31 maja 2010 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	D	
2	B	
3	A	
4	A	
5	B	
6	C	
7	E	
8	C	
9	D	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.