

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLIX Egzamin dla Aktuariuszy z 6 kwietnia 2009 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 6 kwietnia 2009 r.

1. Niech $m(x)$ oznacza medianę dalszego trwania życia (x) tzn. medianę zmiennej losowej $T(x)$. Dana jest funkcja natężenia umierania :

$$\mu_x = 0,01 \cdot 1,02^x \quad \text{dla } x > 0.$$

Obliczyć $m(33)$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 21

(B) 24

(C) 27

(D) 30

(E) 33.

2. Rozważamy wyjściowy symbol $A_{x:\overline{m}|}^{\frac{1}{}}$ oznaczający składkę jednorazową netto za m-letnie ubezpieczenie na dożycie dla (x). Załóżmy, że małe liczby Δx oraz Δm zostały tak dobrane, że

$$A_{x+\Delta x:\overline{m+\Delta m}|}^{\frac{1}{}} = A_{x:\overline{m}|}^{\frac{1}{}}.$$

Obliczyć wartość przybliżoną:

$$\Delta m / \Delta x.$$

Dane są:

$$\delta = 0,03, \mu_x = 0,01, \mu_{x+m} = 0,015.$$

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) -0,11

(B) -0,15

(C) -0,19

(D) -0,23

(E) -0,27.

3. Rozważamy populację wykładniczą z natężeniem umierania:

$$\mu_x = \text{const} = \mu > 0.$$

Wybrany z niej (x) kupuje ubezpieczenie ciągłe na życie odroczone o $m > 0$ lat. Płaci do końca życia ciągłą rentę życiową składek netto z odpowiednio dobraną stałą intensywnością \bar{P} . Jeśli umrze w ciągu najbliższych m lat to żadne świadczenie nie będzie wypłacone. Natomiast, gdy umrze później to zostanie wypłacone 1 zł w chwili jego śmierci.

Niech $\delta > 0$ oznacza poziom technicznej intensywności oprocentowania użytej do obliczenia składek i rezerw.

Intensywność składki oszczędnościowej po $2m$ latach $\pi^s(2m)$ wynosi wówczas:

(A)

$$\pi^s(2m) = -\frac{\mu\delta}{\mu+\delta} (1 - e^{-m(\mu+\delta)}),$$

(B)

$$\pi^s(2m) = -\frac{\mu}{\mu+\delta} (1 - e^{-m(\mu+\delta)}),$$

(C)

$$\pi^s(2m) = -\frac{\delta}{\mu+\delta} (1 - e^{-m(\mu+\delta)}),$$

(D)

$$\pi^s(2m) = -(1 - e^{-m(\mu+\delta)}),$$

(E)

$$\pi^s(2m) = -\frac{\mu - \delta}{\mu + \delta} (1 - e^{-m(\mu+\delta)}).$$

4. Rozważamy ubezpieczenie ciągle ogólnego typu, które ma tę własność, że dla każdego $t > 0$ zachodzi równość

$$\pi^s(t) = \pi^r(t).$$

Po lewej stronie mamy intensywność składki oszczędnościowej a po prawej stronie mamy intensywność składki na ryzyko. Wówczas bieżące poziomy: rezerwy $V(t)$, świadczenia śmiertelnego $c(t)$ oraz intensywności składki netto $\pi(t)$ powiązane są zależnością:

(A)

$$V(t) = c(t) - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}},$$

(B)

$$V(t) = c(t) - \frac{2\pi(t)}{\mu_{x+t}},$$

(C)

$$V(t) = c(t) + \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}},$$

(D)

$$V(t) = c(t) - \frac{\pi(t)}{2\mu_{x+t}},$$

(E)

$$V(t) = c(t) + \frac{\pi(t)}{2\mu_{x+t}}.$$

5. Rozważamy ubezpieczenie bezterminowe na życie ciągłe dla (30), wybranego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 110$. Wypłaci ono 1 zł w chwili jego śmierci. Składka jednorazowa SJ , którą zapłaci ubezpieczony w momencie zawarcia umowy ubezpieczeniowej, została skalkulowana jako *wartość oczekiwana wartości obecnej wypłaty pod warunkiem, że ubezpieczony umrze wcześniej niż przeciętnie*. Obliczyć prawdopodobieństwo:

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ).$$

W powyższym wzorze v oznacza techniczny roczny czynnik dyskontujący, odpowiadający technicznej intensywności oprocentowania $\delta = 0,02$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A)

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ) = 0,726579,$$

(B)

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ) = 0,746579,$$

(C)

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ) = 0,766579,$$

(D)

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ) = 0,786579,$$

(E)

$$\Pr(v^{T(30)} < SJ) = 0,806579.$$

6. Rozważamy ubezpieczenie bezterminowe dla (x) , które wypłaci 1 zł na koniec roku śmierci. Składki opłacane są za pomocą renty życiowej składek corocznych w stałej wysokości netto P_x . Wiadomo, że dla pewnego całkowitego $k > 0$ zachodzi:

$${}_kV = 0,60, {}_{k+2}V = 0,64, p_{x+k} = 0,92, p_{x+k+1} = 0,88, i = 4\%.$$

Obliczyć P_x .

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 2 gr,
- (B) 3 gr,
- (C) 4 gr,
- (D) 5 gr,
- (E) 6 gr.

7. Mąż (30) należy do populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_m = 100$, natomiast żona (25) należy do populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_w = 120$. Rozpatrujemy ubezpieczenie bezterminowe ciągłe dla tej pary, które wypłaci 1 zł w chwili pierwszej śmierci. Składka za to ubezpieczenie będzie płacona aż do pierwszej śmierci za pomocą renty życiowej ciągłej z odpowiednio dobraną intensywnością netto \bar{P} . Obliczyć rezerwę składek netto $V(50)$ po 50 latach od momentu wystawienia polisy. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Zakładamy ponadto, że $T(30)$ oraz $T(25)$ są niezależne.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,33 zł
- (B) 0,38 zł
- (C) 0,43 zł
- (D) 0,48 zł
- (E) 0,53 zł.

8. (x) wybrano z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega > 0$. Natomiast (y) wybrano niezależnie z populacji wykładniczej z funkcją natężenia wymierania $\mu_{y+t} = \text{const} = \mu > 0$. Wybrane osoby mają przed sobą przeciętnie tyle samo życia.

Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że

$$T(x) > T(y).$$

Zakładamy, że $T(x)$ oraz $T(y)$ są niezależne.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A)

$$\Pr(T(x) > T(y)) = 0,49$$

(B)

$$\Pr(T(x) > T(y)) = 0,53$$

(C)

$$\Pr(T(x) > T(y)) = 0,57$$

(D)

$$\Pr(T(x) > T(y)) = 0,61$$

(E)

$$\Pr(T(x) > T(y)) = 0,65.$$

9. Rozważamy model dwuopcyjny (multiple decrement model), przy czym $\mu_{1,x+t} = \frac{1}{\omega_1 - t}$ dla $0 < t < \omega_1$ oraz $\mu_{2,x+t} = \frac{1}{\omega_2 - t}$ dla $0 < t < \omega_2$, przy czym zakładamy, że $\omega_1 < \omega_2$. Obliczyć stosunek ω_1/ω_2 dla którego największe jest prawdopodobieństwo $\Pr(T > E(T) | J = 1)$.

Wybierz wartość najbliższą.

(A) 0,19

(B) 0,29

(C) 0,39

(D) 0,49

(E) 0,59.

10. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (25). Polega ono na tym, że w ciągu najbliższych 35 lat będzie on płacił regularną coroczną składkę netto w wysokości P . Po dożyciu wieku 60 lat zacznie on otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości 1 zł na początku każdego roku. Niech L oznacza wartość obecną straty ubezpieczyciela na moment wystawienia polisy. Obliczyć $Var(L)$.

Dane są:

$$i = 6\%, \quad {}_{35}p_{25} = 0,856044, \quad A_{25} = 0,0816496, \quad A_{60} = 0,3691310, \\ {}^2A_{25} = 0,0187472, \quad {}^2A_{60} = 0,1774113.$$

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A)

$$Var(L) = 0,54$$

(B)

$$Var(L) = 0,50$$

(C)

$$Var(L) = 0,46$$

(D)

$$Var(L) = 0,42$$

(E)

$$Var(L) = 0,38.$$

XLIX Egzamin dla Aktuariuszy z 6 kwietnia 2009 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	C	
2	A	
3	A	
4	D	
5	C	
6	B	
7	D	
8	C	
9	B	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.