Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 23 maja 2016 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 23 maja 2016 r.

1. W rozważanej populacji śmiertelnością rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Niech Z oznacza długość życia w ciągu najbliższych 30 lat osoby w wieku 55 lat wylosowanej z tej populacji. Oblicz współczynnik zmienności zmiennej Z.

Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) 0,2 (B) 0,3 (C) 0,4 (D) 0,5
(E) 0,6

2. Oblicz $(I\ddot{a})_{x:\,\overline{n|}}$.

Dane są: $(Ia)_{x:\,\overline{n|}} = 126{,}849$; $(IA)^{1}_{x:\,\overline{n|}} = 4{,}357$; $\ddot{a}_{x+n} = 5{,}828$; $i = 5\%$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 136,87 (B) 137,32 (C) 137,77 (D) 138,22
(E) 138,67

3. Rozważamy ubezpieczenie „*na życie i emeryturę*", które działa następująco:

- przez najbliższe 35 lat ubezpieczony (27) będzie płacił coroczną składkę netto w wysokości *P* na początku każdego roku w formie renty życiowej;
- w przypadku śmierci do 62 roku życia, na koniec roku śmierci, uposażeni otrzymają 100 000 zł;
- w przypadku dożycia wieku 62 ubezpieczony zacznie otrzymywać dożywotnią emeryturę w wysokości E na początku każdego roku aż do śmierci, przy czym ta emerytura jest aktuarialnie równoważna ubezpieczeniu na dożycie tzn.

$$E \cdot {}_{35|}\ddot{a}_{27} = 100\ 000 \cdot A_{27:\overline{35|}}^{\ \ \ \ 1}$$

Oblicz E/P, jeśli dane są:

$\ddot{a}_{27} = 17{,}6611$; ${}_{35|}\ddot{a}_{27} = 1{,}32618$; $\ddot{a}_{62} = 10{,}1114$; $i = 5\%$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 7,22 (B) 7,27 (C) 7,32 (D) 7,37
(E) 7,42

4. Ubezpieczyciel wystawia 20-letnie ubezpieczenia na życie i dożycie opłacane jednorazową składką. Ubezpieczeni pochodzą z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia z parametrem $\mu^{(m)} = 0{,}02$ dla mężczyzn oraz $\mu^{(f)} = 0{,}01$ dla kobiet. Ubezpieczyciel nie może rozróżniać płci w taryfie składek. Dla intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}03$ oblicz, ile złotówek sumy ubezpieczenia na dożycie powinno przypadać na 1000 zł świadczenia śmiertelnego, by ubezpieczyciel był niewrażliwy na zmiany proporcji mężczyzn i kobiet w ubezpieczanym portfelu. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1 415 (B) 1 460 (C) 1 505 (D) 1 550
(E) 1 595

5. Rozważamy ubezpieczenie ciągłe dla (30), odroczone o 5 lat. Wypłaci ono uposażonym 1 w chwili śmierci ubezpieczonego, jeśli umrze on w wieku co najmniej 35 lat. Składki są płacone w postaci ciągłej renty dożywotniej ze stałą intensywnością roczną netto $\bar{P} = 0{,}00984953$. Dane są:

$\delta = 0{,}0487902$; $\bar{a}_{30} = 17{,}03$; $(\bar{I}\bar{A})_{30} = 5{,}34755$; $(\bar{I}\bar{A})^{1}_{30:\overline{5}|} = 0{,}0301195$.

Oblicz

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \delta}$$

Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) -0,17 (B) -0,19 (C) -0,21 (D) -0,23
(E) -0,25

6. W dyskretnym typie bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł roczna składka jest płacona w stałej wysokości przez cały okres ubezpieczenia. Przy tym samym zestawie parametrów aktuarialnych wystawiono dwa odrębne ubezpieczenia na życie (40) oraz (55). Po 15 latach rezerwy Zillmera na koszty początkowe różnią się w obydwu ubezpieczeniach o 882,14 zł. Wyznacz współczynnik α narzutu na koszty początkowe przyjęty do kalkulacji rezerw. Wiadomo że:

$$\frac{6}{5}(A_{55} - A_{40}) = A_{70} - A_{55} = 2(1 - A_{70})$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 2,70% (B) 2,75% (C) 2,80% (D) 2,85%
(E) 2,90%

7. Rozpatrujemy ubezpieczenie na życie dla (20) z opcją przerwania płacenia składek i ewentualnego powrotu do płacenia. Dokładniej, działa to w następujący sposób:

- składki płacone są w zasadzie w postaci renty dożywotniej w wysokości netto P_1 na początku każdego roku, ale w każdą rocznicę polisy można dokonać jej konwersji na bezskładkową odpowiednio redukując sumę ubezpieczenia, przy czym wyjściowa suma ubezpieczenia to 1.
- ubezpieczony może wrócić do płacenia składek, w nowej wysokości P_2, ale wówczas przez najbliższe 10 lat suma ubezpieczenia będzie wzrastać liniowo od zredukowanej wartości do 1.

Oblicz P_2, jeśli dane są:

$$i = 5\%; \qquad \ddot{a}_{20} = 18{,}48054; \qquad \ddot{a}_{50} = 13{,}20912;$$

$$D_{55} = 5547{,}84; \qquad M_{55} = 2389{,}32; \qquad R_{55} = 35783{,}17;$$

$$M_{65} = 1490{,}51; \qquad R_{65} = 15916{,}64$$

oraz wiadomo, że ubezpieczony przerwał płacenie składek po 30 latach, a wznowił płacenie po kolejnych 5.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 0,0065 (B) 0,0066 (C) 0,0067 (D) 0,0068
(E) 0,0069

8. Rozpatrujemy ciągły typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie ze składką płaconą ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. W zależności od rodzaju śmierci ubezpieczenie wypłaca:

300 000 za śmierć w nieszczęśliwym wypadku (NW),

100 000 za śmierć wywołaną przez określone choroby (CH),

200 000 za śmierć z pozostałych przyczyn (PP).

W przypadku dożycia ubezpieczenie wypłaca 200 000 zł. Wiadomo, że bezwarunkowe prawdopodobieństwo śmierci w populacji, z której pochodzi ubezpieczony, opisuje dla $t \geq 0$ funkcja ${}_tq_x = 1 - 0{,}95^t$, a ponadto $4\mu_{x+t}^{(NW)} = 2\mu_{x+t}^{(CH)} = 3\mu_{x+t}^{(PP)}$.

Wyznacz roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu dla $\delta = 0{,}03$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 12 920 (B) 13 060 (C) 13 200 (D) 13 340
(E) 13 480

9. Rozważamy emeryturę małżeńską dla niej (x) i dla niego (y), kupioną za jednorazową składkę netto SJN. Ona jest wylosowana z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_f = 1/80$; natomiast on jest wylosowany niezależnie z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_m = 1/60$. Emerytura wypłacana jest im w postaci renty życiowej ciągłej z intensywnością roczną 2400, gdy żyją oboje, a potem z intensywnością 1600 rocznie owdowiałej osobie.

Oblicz prawdopodobieństwo p zdarzenia, że wartość obecna świadczeń emerytalnych na chwilę 0 przekroczy SJN pod warunkiem, że on umarł w wieku x+20.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,43 (B) 0,45 (C) 0,47 (D) 0,49
(E) 0,51

10. Rozpatrujemy ciągły typ planu emerytalnego wypłacającego dożywotne emerytury od 65 roku życia. Wszyscy świadczeniobiorcy mają do wieku 80 lat opcję na zamianę części świadczenia emerytalnego na ubezpieczenie na dożycie 80 lat z wypłatą 400 zł za każde 1000 zł kapitału początkowego. Zatem, wszyscy startują z dożywotnią emeryturą w wysokości r, a ci, którzy w momencie t $(0 \leq t \leq 15)$ utworzą ubezpieczenia na dożycie, otrzymują od wieku (65+t) dożywotnią emeryturę ze stałą intensywnością roczną $r(t)$.

Oblicz wysokość emerytury $r(10)$ [na 1000 zł kapitału początkowego], jeśli ubezpieczeni pochodzą z populacji wykładniczej z parametrem $\mu = 0{,}03$, a intensywność oprocentowania $\delta = 0{,}02$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 33,70 (B) 33,88 (C) 34,06 (D) 34,24
(E) 34,42

LXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 23 maja 2016 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi............................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	C	
3	B	
4	A	
5	A	
6	D	
7	E	
8	B	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.