

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 7 marca 2016 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 7 marca 2016 r.

1. W populacji A śmiertelnością rządzi prawo z wiekiem granicznym $\omega = 100$ takie, że dla $x < 100$ mamy wzór

$$E(T(x)) = \frac{100 - x}{1,7}.$$

W populacji B intensywność śmiertelności jest większa o 20% niż w populacji A w każdej kategorii wieku tzn.

$$\mu_x^{(B)} = 1,2\mu_x^{(A)} \text{ dla } x < 100.$$

Oblicz $E(T(\overline{30:30}))$ przy założeniu, że para 30-latków została wybrana po jednej osobie z każdej populacji i że ich życia są niezależne.

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 50,76 (B) 51,06 (C) 51,36 (D) 51,66
(E) 51,96

2. Osoba (x), wylosowana z populacji de Moivre'a, kupuje za składkę jednorazową netto $\bar{A}_x = 0,394375$ polisę na życie, która wypłaci 1 w chwili śmierci. Niech Z oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Wiadomo, że

$$\text{Var}(Z) = 0,0619261.$$

Oblicz wartość funkcji straty ubezpieczyciela L na moment wystawienia polisy, dla realizacji $T(x) = E(T(x))$. Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) -0,071 (B) -0,074 (C) -0,077 (D) -0,080
(E) -0,083

3. Rozpatrujemy dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie dla ($x=60$) z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$. Ubezpieczony płaci roczną składkę netto na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Wraz z wypłatą na koniec roku śmierci świadczenia 100 000 zł zwracana jest również część składki z roku śmierci za okres od dnia śmierci do końca roku, proporcjonalnie do długości tego okresu. Zwracana składka ma oprocentowanie techniczne za okres od dnia śmierci do końca roku. Podaj roczną składkę netto, jeśli $v=0,95$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 3 540 (B) 3 555 (C) 3 570 (D) 3 585
(E) 3 600

4. Rozważamy ubezpieczenie rentowe dla (x) w którym po n -letnim okresie płacenia na początku roku składki P wypłacana jest od wieku $(x+n)$, na początku roku, dożywotnia renta w wysokości R .

Cechą szczególną tego ubezpieczenia jest to, że (x) wraz z pierwszą składką P wpłaca również depozyt w wysokości P . Jest on zaliczany jako ostatnia składka lub zwracany (na koniec roku śmierci) bez oprocentowania w przypadku śmierci przed terminem ostatniej składki.

Podaj, o ile procent składka P jest mniejsza od składki w analogicznym ubezpieczeniu bez depozytu.

Dane są: $v=0,95$ $N_x = 480\,250$ $N_{x+n-1} = 21\,820$ $N_{x+n} = 19\,600$.

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4,66% (B) 4,68% (C) 4,70% (D) 4,72%
(E) 4,74%

5. Osoba (25) za regularną składkę w wysokości 1 na początku każdego roku, płaconą w formie renty życiowej 40-letniej, może kupić dowolnie wybraną polisę emerytalną:

- Polisa Em1 będzie mu wypłacać coroczną emeryturę w wysokości $E1$ na początku każdego roku, począwszy od 65 urodzin. Ponadto w przypadku śmierci w przedziale wieku $(55,65)$ uposażeni otrzymają zwrot wpłaconych składek (bez odsetek) na koniec roku śmierci.
- Polisa Em2 będzie mu wypłacać coroczną emeryturę w wysokości $E2$ na początku każdego roku, począwszy od 65 urodzin. Ponadto w przypadku śmierci w przedziale wieku $(65,75)$ zadziała gwarancja, z mocy której uposażeni będą otrzymywać $E2$ na początku każdego roku polisy po śmierci ubezpieczonego, przy czym ostatnie świadczenie będzie wypłacone w dniu hipotetycznych 74 urodzin (czyli dokładnie 9 lat po dacie pierwszego świadczenia emerytalnego $E2$).

Oblicz $E2/E1$. Dane są

$$\begin{aligned}i &= 5\%; & D_{25} &= 28635, & D_{55} &= 5548, & D_{65} &= 2677; \\M_{55} &= 2389, & M_{65} &= 1491, & R_{55} &= 35783, & R_{65} &= 15917; \\N_{25} &= 513183, & N_{65} &= 24896, & N_{75} &= 6543.\end{aligned}$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,938 (B) 0,943 (C) 0,948 (D) 0,953
(E) 0,958

6. Rozważamy ciągły model dożywotniego ubezpieczenia rentowego, wypłacającego świadczenie rentowe od momentu wniesienia jednorazowej składki netto.

Ubezpieczeni pochodzą z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia. Wiadomo, że populację tę tworzą dwa typy osób: z parametrem $\mu_1 = 0,025$ oraz $\mu_2 = 0,040$.

Ubezpieczyciel nie potrafi rozróżnić obydwu podpopulacji w momencie zawierania umowy ubezpieczenia, więc oferuje wszystkim osobom stawkę rentową (roczna intensywność wypłaty na 1000 zł jednorazowej składki netto) przy założeniu, że w ubezpieczonej kohorcie będzie 60% osób z parametrem μ_1 oraz 40% z parametrem μ_2 . Zastrzegł jednak sobie, że po 10 latach ubezpieczenia dokona wobec żyjących korekty wyjściowej stawki emerytalnej, tak by uzyskać zerową oczekiwaną stratę dla całej grupy ubezpieczonych od początku ubezpieczenia.

Wyznacz rzeczywisty udział osób z parametrem μ_1 , jeśli po 10 latach, po ocenie obserwowanego wzorca śmiertelności, stawka emerytalna wzrosła o 10%. Przyjmij oprocentowanie techniczne $\delta = 0,02$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 38,0% (B) 38,5% (C) 39,0% (D) 39,5%
(E) 40,0%

7. Dane jest ciągle 40-letnie ubezpieczenie dla (25) ze stałą sumą ubezpieczenia $c(t) \equiv 2000$, opłacane za pomocą ciągłej renty życiowej składek ze stałą intensywnością netto \bar{P} . Oto funkcja rezerwy składek netto

$$V(t) = 40t - t^2 \text{ dla } 0 \leq t \leq 40.$$

Ponadto dane jest $\mu_{40} = 0,0407692$, a techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,07$. Oblicz \bar{P} . Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48
(E) 50

8. W terminowym ubezpieczeniu na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł świadczenie śmiertelne jest płacone na koniec roku śmierci. Przez cały okres ubezpieczenia, na początku roku, jest płacona składka brutto w stałej wysokości. Po pierwszym roku ubezpieczenia rezerwa brutto Zillmera osiągnęła poziom 1 350 zł, a po drugim roku 6 270 zł.

Wyznacz współczynnik kosztów początkowych, jeśli dane są $v=0,95$ oraz $\pi_1^{(s)} = 4\,296$ zł. Wskaż najbliższą wartość w punktach procentowych.

- (A) 3,25 (B) 3,28 (C) 3,31 (D) 3,34
(E) 3,37

9. Rozważamy rentę wdowią dla niej (x), która będzie wypłacać z intensywnością 1 000 na rok od jego (y) śmierci. Składka będzie płacona w postaci renty ciągłej do pierwszej śmierci z odpowiednio dobraną intensywnością netto \bar{P} . Dane są:

$$\bar{a}_x = 12,5296; \bar{a}_{x:y} = 4,0525; (\bar{I}\bar{a})_x = 127,667; (\bar{I}\bar{a})_{x:y} = 12,0561.$$

Założmy teraz, że śmiertelność zmieniła się w obu populacjach według wzorca:

$$\mu_x^{(*)} = \mu_x - 0,002 \quad \text{dla populacji kobiet,}$$

$$\mu_y^{(*)} = \mu_y + 0,001 \quad \text{dla populacji mężczyzn.}$$

Oblicz przybliżoną wartość nowej składki $\bar{P}^{(*)}$. Zakładamy, że ich życia są niezależne.

- (A) 2 056 (B) 2 066 (C) 2 076 (D) 2 086
(E) 2 096

10. Branżowy związek zawodowy zorganizował prywatny plan emerytalny dla grupy 1000 kobiet w wieku 65 lat. Związek wpłacił za wszystkie uczestniczki jednorazową składkę netto skalkulowaną przy założeniach:

- świadczenie jest wypłacane z roczną intensywnością 12 000 zł,
- uczestniczki pochodzą z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$
- realizowana będzie stopa zwrotu z lokat na poziomie $\delta = 0,02$.

W celu ograniczenia ryzyka sponsor planu przyjął regułę funkcjonowania tontiny i zgodnie z nią po każdej śmierci korygował intensywność wypłat, przekazując cały zysk techniczny, lub stratę, żyjącym uczestniczkom.

Po wygaśnięciu planu okazało się, że oprocentowanie techniczne było zgodne z osiąganą stopą przychodów z inwestycji, jednak realizowany był nieco odmienny wzorzec śmiertelności.

Wiadomo, że przedostatnia uczestniczka planu zmarła w wieku 99 lat i trzech miesięcy. Oblicz roczną intensywność świadczenia wypłacanego ostatniej uczestniczce po osiągnięciu wieku 99 lat i 3 miesiące. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 257 140 (B) 262 940 (C) 268 740 (D) 274 540
(E) 280 340

LXXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 7 marca 2016 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	B	
3	E	
4	E	
5	B	
6	A	
7	E	
8	D	
9	A	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.