

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXII Egzamin dla Aktuariuszy z 28 września 2015 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 15 czerwca 2015 r.

1. Ona (0) i on (0) wylosowani są (niezależnie) z populacji de Moivre'a z wiekami granicznymi ω_k , ω_m , o których zakładamy, że są całkowite oraz, że $\omega_m < \omega_k$. Prawdopodobieństwo, że części całkowite dalszego trwania życia są równe, wynosi $1/105$. Ponadto, prawdopodobieństwo, że ona go przeżyje wynosi $0,5381$.

Oblicz ω_m . Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 94 (B) 95 (C) 96 (D) 97
(E) 98

2. Rozważamy ciągłe ubezpieczenie na życie dla (24) wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 102$, kupowane za pomocą ciągłej życiowej renty składek netto o stałej intensywności netto \bar{P} . Wypłaci ono uposażonym 1 w chwili śmierci. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że do chwili śmierci ubezpieczony wpłaci nominalnie mniej składek niż wynosi świadczenie, ale uwzględniając oprocentowanie wpłaci więcej składek niż wynosi świadczenie.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,27 (B) 0,29 (C) 0,31 (D) 0,33
(E) 0,35

3. Rozpatrujemy populację, której śmiertelność spełnia w każdym roczniku założenia UDD. Wyznacz wartość $(\bar{D}\bar{A})^1_{x:\overline{n}|}$, jeśli dane są:

$$A^1_{x:\overline{n}|} = 0,243 \qquad (DA)^1_{x:\overline{n}|} = 3,118 \qquad i = 0,05 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 3,060 (B) 3,063 (C) 3,066 (D) 3,069
(E) 3,072

4. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (25), które działa następująco:

- Przez najbliższe 40 lat będzie płacił coroczną składkę netto w wysokości P ;
- Po dożyciu do wieku 65 zaczyna otrzymywać świadczenie w wysokości E na początku każdego roku aż do śmierci;
- W przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 65 uposażeni otrzymują jednorazowo połowę wartości aktuarialnej świadczeń emerytalnych obliczonej na hipotetyczny moment jego 65 urodzin; oznaczmy tę kwotę przez D ;
- Dodatkowo w przypadku dożycia do wieku 65 ubezpieczony otrzymuje jednorazowo kwotę D (oprócz wyżej opisanych sukcesywnych świadczeń emerytalnych E).

Dane są:

$$i = 4\%, \quad \ddot{a}_{25} = 20,810752; \quad A_{25:\overline{40}|}^1 = 0,113834; \quad A_{25:\overline{40}|}^{\frac{1}{2}} = 0,139813.$$

Oblicz P/E . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,132 (B) 0,135 (C) 0,138 (D) 0,141
(E) 0,144

5. Rozpatrujemy populację z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia z parametrem $\mu^{(m)} = 0,03$ dla mężczyzn oraz $\mu^{(f)} = 0,02$ dla kobiet.

Ubezpieczyciel sprzedaje bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł płatną w momencie śmierci oraz dożywotnią składką płaconą ze stałą intensywnością. Ubezpieczyciela obowiązuje zakaz rozróżniania płci w taryfie składek, więc kalkulację składki oparto na przewidywaniu, że wśród nabywców ubezpieczenia będzie 50% kobiet. Okazało się, że w ubezpieczonej grupie osób było 35% kobiet.

Wyznacz wysokość rezerwy na przeciętną polisę w ubezpieczonej grupie po 10 latach ubezpieczenia. Intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 996 (B) 1 010 (C) 1 024 (D) 1 038
(E) 1 052

6. Rozważamy ciągle ubezpieczenie terminowe (n -letnie) dla (x). Składkę jednorazową netto oznaczamy tradycyjnie symbolem $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1$. Dane są:

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 = 0,1343554; \quad \delta = 0,039; \quad \mu_x = 0,00387; \quad \mu_{x+n} = 0,03309; \quad ,$$

$$\bar{A}_{x:\overline{1}|}^1 = 0,1714596. .$$

Oblicz przybliżoną wartość $\bar{A}_{x+1/4:\overline{n}|}^1$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,1354 (B) 0,1362 (C) 0,1370 (D) 0,1378
(E) 0,1386

7. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie ze składką brutto płaconą w stałej wysokości przez okres zadeklarowany w umowie ubezpieczenia. Ubezpieczony w wieku x lat wybrał 30-letni okres płacenia składki. Bez względu na okres płacenia składek ubezpieczyciel ponosi te same koszty początkowe na 1 złotówkę sumy ubezpieczenia. Po 10 latach ubezpieczenia rezerwa na koszty początkowe osiągnęła wartość ${}^{(30)}V_x^\alpha = -0,025369$ na złotówkę sumy ubezpieczenia. W tym momencie ubezpieczony postanowił skrócić okres płacenia składek do 20 lat, więc ubezpieczyciel przeliczył składki pozostające do zapłacenia w pozostałych 10 latach oraz skorygował stan rezerw na moment konwersji tego ubezpieczenia.

Ile wynosi nowa wartość rezerwy na koszty początkowe ${}^{(20)}V_x^\alpha$ tuż po konwersji?

Dane są:

${}^{(30)}P_x^\alpha = 0,0021682$ czyli roczna składka na koszty początkowe przy 30-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia,

${}^{(20)}P_x^\alpha = 0,0025673$ czyli roczna składka na koszty początkowe przy 20-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia,

${}^{(10)}P_{x:\overline{10}|} = 0,072935$ czyli roczna składka netto w 10-letnim ubezpieczeniu na dożycie, przy 10-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia.

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) -0,0203 (B) -0,0201 (C) -0,0199 (D) -0,0197
(E) -0,0195

8. Ona (20), wylosowana z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_k \equiv 0,0125$, płaci składkę w postaci renty życiowej ciągłej ze stałą intensywnością netto P_k . Składka ta finansuje emeryturę indywidualną, którą zacznie otrzymywać po dożyciu do wieku 65 z intensywnością 1.

On (25), wylosowany z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_m \equiv 0,017$, płaci składkę w postaci renty życiowej ciągłej ze stałą intensywnością netto P_m . Składka ta sfinansuje jego emeryturę indywidualną, którą zacznie otrzymywać po dożyciu do wieku 65 z intensywnością 1.

Istnieje możliwość zakupienia dodatkowej polisy Add, która działa w następujący sposób. W przypadku, gdy ona umrze jako pierwsza, i to w ciągu najbliższych 40 lat, intensywność jego przyszłych składek wynosi $P_m/2$ na rok. Podobnie, w przypadku, gdy on umrze jako pierwszy, i to w ciągu najbliższych 40 lat, intensywność jej przyszłych składek wynosi $P_k/2$.

Decydując się na dodatkową polisę Add muszą przez cały okres składkowy płacić składki z intensywnością wyższą o P_{dod} (tzn. ona będzie płacić z intensywnością $P_k + P_{dod}$, a on niezależnie z intensywnością $P_m + P_{dod}$).

Oblicz P_{dod} .

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,0056 (B) 0,0060 (C) 0,0064 (D) 0,0068
(E) 0,0072

9. Straż Pożarna dołącza do 20-letniej umowy zatrudnienia ubezpieczenie wypłacające odszkodowanie z tytułu poparzeń. Ubezpieczenie wypłaca bezzwłocznie 100 000 zł w przypadku poważnych poparzeń (PP) odniesionych w akcji pożarowej oraz dwie dalsze wypłaty po 100 000 w odstępach rocznych, pod warunkiem dożycia do kolejnego terminu wypłaty. Po poważnym poparzeniu strażak jest przenoszony do innych zajęć i nie jest już narażony na kolejne poparzenia.

Następujące oznaczenia identyfikują możliwe stany ubezpieczonego:

- a aktywny, brak incydentu PP,
- p żyje, wystąpił incydent PP,
- d(p) śmierć w następstwie PP,
- d(o) śmierć z innych przyczyn.

Niech x oznacza osiągnięty wiek, r oznacza czas, który upłynął od incydentu PP.

Dane są:

$$\mu_x^{ap} = 0,04; \quad \mu_x^{ad(o)} = 0,02; \quad \mu_{x,r}^{pd(o)} = 0,03; \quad \mu_{x,r}^{pd(p)} = 0,20; \quad \delta = 0,05.$$

Wyznacz koszt przedstawionego świadczenia na moment zatrudnienia. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 75 000 (B) 75 250 (C) 75 500 (D) 75 750
(E) 76 000

10. Program emerytalny jest planem ciągłego typu działającym według zasady „*Defined Contribution*”. Wszyscy uczestnicy wchodzi do planu w wieku 25 lat i płacą do momentu przejścia na emeryturę składkę ze stałą intensywnością \bar{P} . Zalecanym wiekiem emerytalnym jest wiek 67 lat, ale możliwe jest przejście na emeryturę w innym wieku. Wysokość emerytury jest ustalana zgodnie z zasadami obowiązującymi w prywatnym ubezpieczeniu na dożywotnią rentę wypłacaną w stałej kwocie.

Jeśli chodzi o śmiertelność, uczestnicy planu są populacją de Moivre’a z parametrem $\omega = 100$, jednak w okresie składkowym uczestnikom grozi odejście z planu ze stałą roczną intensywnością $\mu = 0,025$. Osobom, które umierają lub wychodzą z planu przed przejściem na emeryturę, plan zwraca składki wraz z technicznym oprocentowaniem.

Przy technicznym oprocentowaniu $\delta = 0,03$ podaj, o ile % będzie niższa intensywność emerytury osoby, która przejdzie na emeryturę w wieku 60 lat zamiast w wieku 67 lat (przyjmij emeryturę uzyskaną w wieku 67 lat jako 100%). Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 35,1 (B) 35,3 (C) 35,5 (D) 35,7
(E) 35,9

LXXI Egzamin dla Aktuariuszy z 28 września 2015 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja
1	D	
2	E	
3	E	
4	C	
5	E	
6	B	
7	C	
8	A	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
• Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.