

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXX Egzamin dla Aktuariuszy z 23 marca 2015 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 23 marca 2015 r.

1. Rozważamy (25), wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym ω który za pomocą renty życiowej ciągłej będzie płacił składkę emerytalną ze stałą intensywnością netto \bar{P} aż do wieku p , kiedy zacznie otrzymywać emeryturę w formie renty dożywotniej z intensywnością netto \bar{E} .

Wiadomo, że dożyje on emerytury z prawdopodobieństwem $3/4$. Ponadto wiadomo, że średni czas przebywania na emeryturze (tych, którzy na nią przeszli) wynosi 18 lat.

Oblicz \bar{E}/\bar{P} . Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 1,66 (B) 1,71 (C) 1,76 (D) 1,81
(E) 1,86

2. Rozważamy dwie polisy Pol_1 oraz Pol_2 , które mogą być wystawione na (40) wylosowanego z populacji wykładniczej z $\mu \equiv 0,02$. Obie polisy są aktuarialnie równoważne tzn. składki jednorazowe netto są identyczne.
- W przypadku Pol_1 suma ubezpieczenia rośnie liniowo w pierwszym roku od 0 do 1 i później wynosi 1.
- W przypadku Pol_2 suma ubezpieczenia rośnie liniowo przez pierwsze dwa lata od wartości a do 1 i później wynosi 1.
- Obie polisy są bezterminowe i wypłacają świadczenia w chwili śmierci. Oblicz a .
- Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$.
- (A) 0,45 (B) 0,46 (C) 0,47 (D) 0,48
(E) 0,49

3. Osoba 40-letnia kupiła za 99 040 zł ubezpieczenie, które zacznie wypłacać po 25 latach ciągłą rentę z intensywnością 50 000 zł na rok przez następne 20 lat. Osoba o 10 dni starsza kupiła taką samą rentę, która zacznie po 25 latach i 1 miesiącu wypłacać świadczenia, także przez 20 lat. Podaj, o ile zł mniej zapłaci osoba starsza. Dane są: $\delta = 0,05$; $\mu_{40} = 0,0085$; ${}_{25}p_{40} = 0,73625$ ${}_{20}p_{65} = 0,25034$.
Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 982,50 (B) 997,50 (C) 1012,50 (D) 1017,5
(E) 1032,50

4. Rozważamy ciągły typ ubezpieczenia z jednorazową składką netto dla osoby z populacji o wykładniczym rozkładzie trwania życia z parametrem $\mu = 0,02$. Na osobę 60-letnią wystawiono ubezpieczenie na dożycie do wieku 80 lat z sumą ubezpieczenia 100 000 zł. W dowolnym momencie $t < 20$ ubezpieczony ma prawo zmienić warunki ubezpieczenia w taki sposób, że jego świadczenie za dożycie zostanie zredukowane do 60 000 zł, a od momentu t rozpoczną się ze stałą intensywnością $r(t)$ wypłaty z renty życiowej do wieku 80 lat. Podaj roczną intensywność wypłat z renty, jeśli zmiana warunków ubezpieczenia dokonana zostanie w wieku 75 lat. Oprocentowanie techniczne $\delta = 0,03$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 7 042 (B) 7 057 (C) 7 072 (D) 7 087
(E) 7 102

5. Rozważamy polisę ciągłą wypłacającą 1 w chwili śmierci, wystawioną (30) wylosowanemu z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_m = 80$. Niech Z_m oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Podobnie, rozważamy polisę ciągłą wypłacającą 1 w chwili śmierci, wystawioną (25) wylosowanej z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_k = 100$. Niech Z_k oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Załóżmy dodatkowo, że obie polisy wystawiono jednocześnie oraz, że ich życia są niezależne. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$. Oblicz

$$\Pr \left\{ \frac{Z_m}{Z_k} \in \left(\frac{1}{2} ; 2 \right) \right\}$$

Wskaż odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,36 (B) 0,38 (C) 0,40 (D) 0,42
(E) 0,44

6. Rozważamy ciągły kontrakt ogólnego typu, dotyczący (x) wylosowanego z populacji Weibulla $\mu_x = 0,0001x$ dla $x > 0$. O funkcji $c(t)$ zakładamy, że jest ciągła; natomiast $\pi(t) \equiv 1,23$ dla $t > 0$. Kontrakt jest bezterminowy, ale jego parametry są tak dobrane, że

$$\delta V(t) = 1,25(c(t) - V(t))\mu_{x+t}$$

dla $t \in [0; 30]$. Oblicz $V(20)$. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Podaj najbliższą odpowiedź.

- (A) 27,23 (B) 27,53 (C) 27,83 (D) 28,13
(E) 28,43

7. Rozważamy dyskretny typ 30-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł. Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia i wynosi 4 789 zł rocznie w ujęciu brutto, w tym 2 594 zł to składka netto. Oprócz stałych kosztów inkasa składki ubezpieczyciel poniósł jednorazowe koszty akwizycji oraz ponosi przez cały okres ważności ubezpieczenia stałe koszty administracyjne (na początku każdego roku). W pierwszym roku wydatki akwizycyjne oraz administracyjne wyniosły 5 150 zł.

Wiadomo, że po 15 latach ubezpieczenia rezerwa brutto osiągnęła poziom 37 983 zł, a rezerwa netto 39 993 zł. Przyjmując oprocentowanie techniczne $i=3\%$, wyznacz wysokość kosztów inkasa składki (w punktach procentowych składki brutto). Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4,0 (B) 4,1 (C) 4,2 (D) 4,3
(E) 4,4

8. Rozważamy emeryturę małżeńską dla niej (x), wylosowanej z populacji wykładniczej z $\mu_x \equiv 0,01$ oraz dla niego (y), wylosowanego niezależnie z populacji wykładniczej z $\mu_y \equiv 0,02$. Po pierwsze, ubezpieczenie polega na tym, że przez najbliższe 35 lat (lub krócej) będą płacić składkę w formie renty życiowej ciągłej tylko wtedy, gdy żyją oboje. Niech \bar{P} oznacza roczną inensywność składki netto. Po 35 latach zacznie być wypłacana emerytura, w formie renty życiowej ciągłej, która płaci z intensywnością 1 na rok, gdy żyje przynajmniej jedna osoba. Ponadto, w przypadku, gdy jedna z osób umrze w ciągu najbliższych 35 lat, druga owdowiała będzie pobierać rentę wdowią ciągłą z intensywnością 0,5 na rok, ale na pewno nie dłużej niż do końca pierwszych 35 lat (lub krócej w przypadku śmierci owdowiałej osoby).

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Oblicz \bar{P} . Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,31 (B) 0,35 (C) 0,39 (D) 0,43
(E) 0,47

9. Program aktywizacji zawodowej bezrobotnych trwa 7 lat i składa się z 3-letniego etapu szkolenia oraz 4-letniego etapu wspierania uczestników w poszukiwaniu pracy. Przystępujący do programu są objęci ubezpieczeniem, które wypłaca świadczenia jedynie tym, którzy przeszli do drugiego etapu i tylko za zdarzenia w okresie trwania drugiego etapu. Ubezpieczenie wypłaca 100 000 zł w przypadku śmierci uczestnika lub 50 000 w przypadku znalezienia pracy. Świadczenie jest wypłacane w momencie zdarzenia i ważność ubezpieczenia wygasa.

W etapie szkolenia ubytki uczestników są wywołane śmiercią lub rezygnacją. Dane na temat ubytków w tej fazie pochodzą z tablic niezależnych ubytków. Intensywność śmiertelności wynosi $\mu^{(d_1)} = 0,01$ na rok, a średnia (centralna) stopa rezygnacji $m^{(w)} = 0,15$ rocznie. Rezygnacje mają jednostajny rozkład w ciągu roku.

Dane na temat drugiego etapu uwzględniają wykluczanie się ubytków.

Intensywność śmiertelności wynosi $\mu^{(d_2)} = 0,02$ rocznie, a intensywność znalezienia pracy $\mu^{(e)} = 0,20$ rocznie.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie dla intensywności oprocentowania $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 15 550 (B) 15 620 (C) 15 690 (D) 15 760
(E) 15 830

10. Otwarty plan emerytalny oferuje osobom, które przechodzą na emeryturę, natychmiastowe świadczenie emerytalne wypłacane dożywotnio w formie renty ciągłej. Umowa z zakładem emerytalnym gwarantuje, że w przypadku śmierci wypłaty będą trwać tak długo, aż przekroczą połowę wpłaconego kapitału. Wyznacz długość okresu gwarancyjnego (w latach), jeśli ubezpieczeni mają 67 lat i pochodzą z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 92 lata. Techniczne oprocentowanie wynosi $\delta = 0,02$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 5,22 (B) 5,42 (C) 5,62 (D) 5,82
(E) 6,02

LXX Egzamin dla Aktuariuszy z 23 marca 2015 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja
1	D	
2	E	
3	A	
4	A	
5	D	
6	A	
7	E	
8	C	
9	B	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
• Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.