

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 17 czerwca 2013 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 17 czerwca 2013 r.

1. Niech x będzie liczbą całkowitą dodatnią. Dane są:

$${}_4p_x = 0,99000 ; \quad {}_4p_{x+1} = 0,98000 ; \quad {}_4p_{x+1/2} = 0,98501$$

przy czym ostatni symbol został obliczony przy założeniu UDD.

Dysponując tymi informacjami oblicz l_{x+5}/l_x . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,972 (B) 0,974 (C) 0,976 (D) 0,978
(E) 0,980

2. Niech $\bar{A}_x^{(\delta)}(\mu)$ oznacza składkę policzoną przy intensywności oprocentowania δ dla standardowych tablic opisujących śmiertelność μ . Dane są $\bar{A}_x^{(0,03)}(\mu) = 0,30$ oraz $\bar{A}_x^{(0,04)}(\mu) = 0,25$. Oblicz $\bar{A}_x^{(0,03)}(\mu')$, gdzie μ' oznacza tablice zmodyfikowane zgodnie z formułą $\mu'_x = \mu_x + 0,01$ (dla każdego $x > 0$). Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,4375 (B) 0,4530 (C) 0,0,4690 (D) 0,4845
(E) 0,5000

3. Rozpatrujemy ciągły model ubezpieczenia na życie dla osób $x=30$ z populacji z wykładniczym czasem trwania życia, w której $\mu_{30+t} = 0,01$ dla $t \in [0; 30]$. Osoby 60-letnie, które przeżyły zawał serca, charakteryzują się śmiertelnością $\mu_{60+t} = 0,03$, a pozostałe osoby utrzymują intensywność śmiertelności z wcześniejszego okresu.

Ubezpieczyciel sprzedaje 30-latkom standardowe 30-letnie ubezpieczenie na życie ze składką $\bar{P}_{30:\overline{30}|}^{(s)}$ płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Oprócz tego sprzedaje za składkę $\bar{P}_{30:\overline{30}|}^{(o)}$ analogiczne ubezpieczenie z opcją na bezterminowe przedłużenie ubezpieczenia w wieku 60 lat na warunkach standardowych, czyli z dożywotnią składką skalkulowaną dla śmiertelności $\mu_{60+t} = 0,01$.

Osoby 30-letnie nie potrafią ocenić, czy będą miały zawał do wieku 60 lat.

Ubezpieczyciel ocenia, że 20% ubezpieczonych 60-latków będzie miało za sobą zawał serca oraz że kontynuację ubezpieczenia wykupią wszyscy po zawale, lecz tylko 40% tych, którzy go nie mieli.

Podaj różnicę $\left(\bar{P}_{30:\overline{30}|}^{(o)} - \bar{P}_{30:\overline{30}|}^{(s)} \right)$ dla sumy ubezpieczenia 100 000 zł oraz oprocentowania $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 64 (B) 67 (C) 70 (D) 73
(E) 76

4. Rozpatrujemy dyskretny typ ubezpieczenia dożywotniego ubezpieczenia rentowego dla osoby w wieku (x) lat, ze składką roczną płaconą na początku roku przez pierwsze n lat i świadczeniem w wysokości 12 000 wypłacanym na początku roku od wieku ($x+n$).

Po wprowadzeniu zakazu rozróżniania płci w taryfie składek, ubezpieczyciel kalkulował składkę dla rocznika (x) przy założeniu, że wśród kupujących ubezpieczenie będzie 50% kobiet, jednak ubezpieczenie zakupiło 70% kobiet. Podaj stratę ubezpieczyciela na 1 sprzedaną polisę, na moment jej wystawienia.

Dane są:

	D_x	N_x	N_{x+n}
Kobiety	228 275	4 280 170	429 425
Mężczyźni	225 775	3 986 730	292 370

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1 100 (B) 1 150 (C) 1 200 (D) 1 250
(E) 1 300

5. Osoba (65), wylosowana z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$, kupiła za jednorazową składkę netto $S/N = \bar{a}_{65}$ emeryturę dożywotnią, która będzie jej wypłacana z intensywnością roczną 1 aż do śmierci. Oblicz wartość oczekiwaną wartości obecnej zrealizowanych do śmierci wypłat emerytalnych pod warunkiem, że na tej polisie ubezpieczyciel nie poniósł straty:

$$E(\bar{a}_{\overline{T(65)|}} | \bar{a}_{\overline{T(65)|}} < \bar{a}_{65})$$

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,02$. Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 7,0 (B) 7,2 (C) 7,4 (D) 7,6
(E) 7,8

6. (24) wylosowany z populacji wykładniczej z $\mu_x \equiv \mu = 0,01$ płaci składkę w formie renty życiowej ciągłej z roczną intensywnością \bar{P} przez najbliższe 43 lat lub krócej w wypadku śmierci. Po dożyciu do wieku 67 zaczyna otrzymywać emeryturę dożywotnią z roczną intensywnością \bar{E} . Powyższe parametry \bar{P} i \bar{E} dotyczą też odpowiedniej polisy emerytalnej dla (x), przy czym on zaczyna otrzymywać świadczenia emerytalne po (ewentualnym) dożyciu wieku 65.

Wiedząc, że $\delta = 0,03$, oblicz x. Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 21,0 (B) 21,5 (C) 22,0 (D) 22,5
(E) 23,0

7. Rozpatrujemy ciągły typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł oraz składką płaconą ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Roczna intensywność kosztów administracyjnych maleje równomiernie od 10% sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy do 5% w momencie wygaśnięcia polisy z tytułu dożycia. Wyznacz rezerwę na koszty administracyjne po 10 latach ubezpieczenia, jeśli jest to populacja z wykładniczym rozkładem trwania życia z parametrem $\mu = 0,02$, a intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$. Wskaż najbliższą wartość.
- (A) -11 250 (B) -11 500 (C) -11 750 (D) -12 000
(E) -12 250

8. Ona (60) jest wzięta z populacji de Moivre'a z wiekiem nieprzekraczalnym $\omega_k = 110$, a on (65) jest wzięty z populacji de Moivre'a z $\omega_m = 100$. Każde z nich wnosi po połowie jednorazowej składki netto i zaczynają otrzymywać emeryturę małżeńską:

- Póki żyją oboje otrzymują emeryturę z intensywnością roczną W (i dzielą się nią po równo),
- On, po ewentualnym owdowieniu, otrzymuje emeryturę z intensywnością roczną M ,
- Ona, po jego śmierci, otrzymuje emeryturę z intensywnością roczną K .

Oblicz proporcję $K:M$, która zapewnia ekwiwalentność ich wkładu do składki jednorazowej netto.

Zakładamy, że ich życia są niezależne oraz, że techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,43 (B) 0,44 (C) 0,45 (D) 0,46
(E) 0,47

9. Rozpatrujemy ciągły model ubezpieczenia rentowego ze składką \bar{P} płaconą przez 20 lat i dożywotnim świadczeniem wypłacanym z intensywnością roczną 12 000 zł od wieku $(x+20)$. Ubezpieczenie to jest przeznaczone dla pracujących kobiet, gdyż zawiera klauzulę zawieszania składek w przypadku macierzyństwa:

- na 1 rok od momentu urodzenia dziecka,
- na kolejny rok w przypadku przedłużenia urlopu wychowawczego na okres dłuższy niż 12 miesięcy,
- na kolejny rok w przypadku przedłużenia urlopu wychowawczego na okres dłuższy niż 24 miesiące.

Klauzula zawieszania składek działa jednorazowo: urlop wychowawczy rozpoczyna urodzenie pierwszego dziecka, a kończy pierwsze podjęcie pracy.

Dana jest intensywność zmiany stanu zatrudnienia (z) na stan urlopu wychowawczego (w) oraz analogiczna intensywność przejścia z urlopu wychowawczego do stanu zatrudnienia:

$$\mu_x^{(zw)} = 0,1 \quad \mu_x^{(wz)} = 0,25 .$$

Śmiertelność ma intensywność $\mu_x = 0,02$ i nie zależy od stanu (z) oraz (w) .

Wyznacz składkę \bar{P} w tym ubezpieczeniu dla intensywności oprocentowania $\delta = 0,03$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 7575 (B) 7725 (C) 7875 (D) 8025
(E) 8175

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego, w którym wszyscy uczestnicy przystępują do planu w wieku a lat oraz przechodzą na emeryturę, pod warunkiem utrzymania się w planie, w wieku r lat.

Początkowa wysokość emerytury wynosi 2,5% finalnego wynagrodzenia za rok uczestnictwa w planie. Emerytury są w sposób ciągły waloryzowane o 2% na rok.

Wynagrodzenia uczestników planu rosną w sposób ciągły o 3% rocznie. Liczba osób wchodzących do planu rośnie w sposób ciągły o 1% rocznie.

Podaj o ile procent wzrośnie ${}^tP(t+20)$ w stosunku do ${}^tP(t)$. Symbol ${}^tP(t)$ oznacza jednorazową składkę za uczestnika, płaconą w momencie t , gdy przechodzi on na emeryturę (*terminal funding method*).

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 82 (B) 92 (C) 102 (D) 112
(E) 122

LXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 17 czerwca 2013 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkuszu odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	C	
2	A	
3	A	
4	E	
5	C	
6	C	
7	E	
8	C	
9	C	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.