

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**LXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 25 marca 2013 r.**

**Część II**

**Matematyka ubezpieczeń życiowych**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....**

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 25 marca 2013 r.

1. Załóżmy, że liczby  $x, n$  są całkowite dodatnie oraz  $t \in [0,1)$ . Wówczas przy założeniu o jednostajnym rozkładzie śmierci w ciągu roku (założenie UDD) zachodzi wzór przybliżony

$$(A) \quad A_{x+t:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \frac{1-tq_{x+n}}{1-tq_x},$$

$$(B) \quad A_{x+t:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \frac{(1-tq_{x+n})p_x}{1-tq_x},$$

$$(C) \quad A_{x+t:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \frac{1-tq_{x+n}}{(1-tq_x)p_x},$$

$$(D) \quad A_{x+t:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \frac{1-tq_{x+n}}{p_{x+n}(1-tq_x)},$$

$$(E) \quad A_{x+t:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \frac{(1-tq_{x+n})p_x}{p_{x+n}(1-tq_x)}.$$

2. Osoba (70) ubezpieczyła swe życie w taki sposób, że ubezpieczyciel wypłacił jej kwotę 100 000 zł i jednocześnie obciążył hipotekę nieruchomości należącej do ubezpieczonego na kwotę  $Z$ . Kwota  $Z$  ma być spłacona rok po śmierci ubezpieczonego i została wyznaczona tak, by ubezpieczyciel nie stracił na tej umowie z prawdopodobieństwem 0,90.

Podaj kwotę  $Z$  dla oprocentowania  $i=5\%$ , jeśli ubezpieczony pochodzi z populacji Weibulla z parametrami  $k=0,02$  oraz  $n=0,5$ .

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 180 000      (B) 185 000      (C) 190 000      (D) 195 000  
(E) 200 000

3. Rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia rentowego dla populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia z parametrem  $\mu = 0,05$ . Osoba z tej populacji kupuje za jednorazową składkę netto 101 946 zł dożywotnie ubezpieczenie rentowe z gwarancją, że w przypadku wczesnej śmierci wypłaty renty będą kontynuowane aż do momentu, gdy suma wypłat (bez oprocentowania) osiągnie wartość 30 000 zł.

Wyznacz intensywność rocznej wypłaty w tym ubezpieczeniu dla oprocentowania  $\delta = 0,05$ . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 5 000            (B) 6 000            (C) 7 500            (D) 10 000  
(E) 15 000

4. Dane są:

$$\delta = 0,05; \bar{a}_{x:\overline{n}|} = 16,62 \quad ; \quad \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 = 0,1318 \quad ; \quad \mu_{x+n} = 0,05 .$$

Oblicz przybliżoną wartość

$$\bar{A}_{x:\overline{n+1/12}|}^1$$

- (A) 0,131950      (B) 0,131955      (C) 0,131960      (D) 0,131965  
(E) 0,131970

**5. Opiszemy najpierw dwie dyskretne polisy emerytalne dla (25).**

W przypadku polisy I ubezpieczony płaci coroczne składki w stałej wysokości netto, w postaci renty życiowej, do osiągnięcia wieku 60 ; od tego wieku zaczyna otrzymywać emeryturę dożywotnią, która płaci 1 na początku każdego roku.

Natomiast w przypadku polisy II płaci on również coroczne składki w stałej wysokości netto, w postaci renty życiowej, ale do osiągnięcia wieku 65; od tego wieku zaczyna otrzymywać emeryturę dożywotnią, która płaci 1 na początku każdego roku. Oblicz

$$V_I(35) - V_{II}(35),$$

gdzie  $V_I(35)$ ,  $V_{II}(35)$  oznaczają odpowiednie rezerwy składek netto po 35 latach ubezpieczenia.

Dane są:

$$\ddot{a}_{25} = 17,9215 ; \quad \ddot{a}_{25:\overline{40}|} = 17,0521 ; \quad \ddot{a}_{60:\overline{5}|} = 4,3264.$$

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 4,35                      (B) 4,45                      (C) 4,55                      (D) 4,65  
(E) 4,75

6. Rozważamy ubezpieczenie ciągle 40-letnie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1 dla (25) wybranego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym  $\omega = 100$ . Składka jest płacona ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi  $\delta = 0,05$ .

Obliczyć  $\frac{\pi^s(20)}{\pi^r(20)}$ .

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,45                      (B) 0,50                      (C) 0,55                      (D) 0,60  
(E) 0,65

7. Rozpatrujemy dyskretny typ 30-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie dla osoby  $x=40$  ze stałą składką płatną przez 20 lat ubezpieczenia. Koszty administracyjne, ponoszone w połowie roku, wynoszą 500 zł rocznie przez pierwsze 10 lat ubezpieczenia, a następnie 377 zł rocznie przez pozostałe lata. Wyznacz rezerwę na koszty administracyjne po 10 latach ubezpieczenia.

$$i=10\% \quad N_{40}=211\,450 \quad N_{50}=71\,070 \quad N_{60}=21\,065$$

$$N_{70}=4\,980 \quad D_{40}=21\,110 \quad D_{50}=7\,700$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) -13                      (B) -8                      (C) -3                      (D) 2  
(E) 7



8. Rozważamy emeryturę małżeńską dla niej ( $k$ ) i dla niego ( $m$ ). Ona jest wylosowana z populacji wykładniczej z  $\mu_k \equiv 0,05$ ; natomiast on jest wylosowany z populacji wykładniczej z  $\mu_m \equiv 0,10$ . Emerytura ta została kupiona za jednorazową składkę netto w wysokości  $SJN=100\ 000$ . Będzie ona wypłacana w formie renty życiowej ciągłej, aż do drugiej śmierci, przy czym do pierwszej śmierci roczna intensywność emerytury wynosi  $\bar{E}$ , a po pierwszej śmierci  $0,7\bar{E}$ . Niech wreszcie  $\bar{E}_{10}$  oznacza wartość oczekiwaną rocznej intensywności emerytury po 10 latach pod warunkiem, że emerytura jest wówczas wypłacana. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi  $\delta = 0,04$ . Oblicz  $\bar{E}_{10}$ . Zakładamy, że ich życia są niezależne. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 7 200                      (B) 7 300                      (C) 7 400                      (D) 7 500  
(E) 7 600

9. Rozważamy ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł, ze składką płaconą ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Ubezpieczeni podlegają śmiertelności ze stałą intensywnością  $\mu^{(s)} = 0,04$  oraz rezygnują z kontynuacji ubezpieczenia ze stałą intensywnością  $\mu^{(r)} = 0,01$ . Rezygnujący dostają zwrot połowy wpłaconych składek, bez oprocentowania. Wyznacz intensywność rocznej składki  $\bar{P}$  przy oprocentowaniu  $\delta = 0,05$ .

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 5 715            (B) 5 740            (C) 5 765            (D) 5 790  
(E) 5 815

**10.** Rozpatrujemy ciągły model otwartego planu emerytalnego. Plan oferuje osobom w wieku 65 lat, bez rozróżniania płci, dożywotnią emeryturę płatną z roczną intensywnością 105 zł za każde 1000 zł wniesionego kapitału. Zawarto 120 umów z kobietami, wnoszącymi średnio po 200 000 zł, oraz 80 umów z mężczyznami, wpłacającymi średnio po 250 000 zł.

Wyznacz zysk(+) lub stratę(-) ubezpieczyciela na kohorcie nowo ubezpieczonych 65-latków, na moment wejścia do planu, jeśli uczestnicy pochodzą z populacji de Moivre'a, mężczyźni z parametrem  $\omega^{(m)} = 90$ , a kobiety z parametrem  $\omega^{(f)} = 100$ . Przyjmij oprocentowanie  $\delta = 0,05$ .

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) -540 000      (B) -570 000      (C) -600 000      (D) -630 000  
(E) -660 000

**LXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 25 marca 2013 r.****Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko : .....Klucz odpowiedzi.....

Pesel .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	A	
2	E	
3	D	
4	B	
5	C	
6	B	
7	B	
8	C	
9	C	
10	D	

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.