Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXII Egzamin dla Aktuariuszy z 10 grudnia 2012 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 10 grudnia 2012 r.

1. Rozważamy populację, w której intensywność śmiertelności wyraża się wzorem

$\mu_x = \frac{n}{100-x}$ dla $x < 100$, gdzie $n > 0$ jest parametrem.

Mediana dalszego trwania życia (x) wynosi

$$M(T(x)) = 0{,}26(100 - x).$$

Oblicz n. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 2,0 (B) 2,1 (C) 2,2 (D) 2,3
(E) 2,4

2. Rozważmy następujące trzy polisy emerytalne.

- Polisa E_1 dla (25) będzie wypłacać corocznie emeryturę w wysokości 1 począwszy od wieku (65); do tego czasu ubezpieczony będzie płacił składkę coroczną w odpowiednio dobranej wysokości netto P_1.
- Polisa E_2 dla (25) będzie wypłacać corocznie emeryturę w wysokości 1 począwszy od wieku (67); do tego czasu ubezpieczony będzie płacił składkę coroczną w odpowiednio dobranej wysokości netto P_2.
- Polisa E_3 dla (23) będzie wypłacać corocznie emeryturę w wysokości 1 począwszy od wieku (65); do tego czasu ubezpieczony będzie płacił składkę coroczną w odpowiednio dobranej wysokości netto P_3.

Dane są:

$N_{23} = 574952$, $N_{25} = 513183$, $N_{65} = 24896$, $N_{67} = 19759$.

Wówczas P_2/P_1 oraz P_3/P_1 wynoszą odpowiednio:

Wybrać wartości najbliższe.

(A) $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}785$; $\frac{P_3}{P_1} = 0{,}888$

(B) $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}785$; $\frac{P_3}{P_1} = 0{,}878$

(C) $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}775$; $\frac{P_3}{P_1} = 0{,}878$

(D) $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}775$; $\frac{P_3}{P_1} = 0{,}868$

(E) $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}765$; $\frac{P_3}{P_1} = 0{,}868$

3. Rozpatrujemy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł, ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością. Ubezpieczeni pochodzą z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega^{(f)} = 100$ dla kobiet oraz $\omega^{(m)} = 80$ dla mężczyzn.
Po wprowadzeniu zakazu rozróżniania płci w taryfie składek, ubezpieczyciel kalkulował składkę dla rocznika x=50 przy założeniu, że wśród kupujących ubezpieczenie będzie 60% kobiet. Przewidywania te nie sprawdziły się i ubezpieczyciel ubezpieczył kohortę, która daje mu oczekiwaną wartość straty na 1 polisę, na moment jej wystawienia, w wysokości 3000 zł. Jaki był udział kobiet w ubezpieczonej grupie 50-latków?
Intensywność oprocentowania $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 45% (B) 47% (C) 49% (D) 51%
(E) 53%

4. Rozważamy 25-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x), wypłacające świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci.
Dla (x) równoważne są dwa ubezpieczenia z gwarantowanym wzrostem sumy ubezpieczenia. W obydwu bonus zwiększa sumę ubezpieczenia w końcu roku, przed ewentualną wypłatą świadczenia.
Pierwsze ubezpieczenia daje coroczny wzrost bieżącej sumy ubezpieczenia o 2,5%. Drugie powiększa co roku sumę ubezpieczenia o r% wyjściowej kwoty świadczenia (sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy).
Obydwa ubezpieczenia wyceniono przy technicznej stopie 6,6%.
Wyznacz stopę waloryzacji r (podaj najbliższą wartość). Dane są:

Jednorazowe składki netto	stopa techniczna			
	6,6%	4,4%	4,2%	4,0%
$1000 \cdot A^{1}_{x:\overline{25}|}$	200,34	262,43	269,32	276,45
$1000 \cdot A_{x:\overline{25}|}^{\;\;\;\;1}$	103,17	173,77	182,30	191,27
$1000 \cdot (I\,A)^{1}_{x:\overline{25}|}$	2490,13	3532,36	3650,53	3773,36

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3,04% (B) 3,14% (C) 3,24% (D) 3,34%
(E) 3,44%

5. Rozważmy 40-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (30). Składka regularna netto $P = P_{30:\overline{40|}}$ płacona jest w formie renty życiowej 40-letniej. Dane są:

$\ddot{a}_{30:\overline{40|}} = 16{,}62$, $\ddot{a}_{67:\overline{3|}} = 2{,}75$; $\frac{\pi_{37}^{s}}{P} = 0{,}675$; $i = 5\%$.

Oblicz π_{38}^{s}/P .

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,73 (B) 0,75 (C) 0,77 (D) 0,79
(E) 0,81

6. W kontrakcie ciągłym ogólnego typu ewolucję rezerwy składek netto opisuje wzór:

$$V(t) = \frac{t}{20} - \frac{t^2}{1600} \text{ dla } t \in [0,80].$$

Oblicz t^* dla którego $\pi^s(t^*)$ ma minimalną wartość na przedziale $[0,80]$.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}05$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60
(E) 70

7. Rozważamy dyskretny model n-letniego ubezpieczenia na życie ze stałą składką, płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Na koniec k-tego roku ubezpieczenia (przed zapłaceniem składki za następny rok) ubezpieczyciel obliczył zysk inwestycyjny przypadający ubezpieczonemu i zaproponował trzy równoważne sposoby jego wykorzystania:

1. wzrost sumy ubezpieczenia oraz przyszłych składek o z_1 punktów procentowych,
2. wzrost sumy ubezpieczenia o z_2 punktów bez zmiany przyszłych składek,
3. spadek przyszłych składek o z_3 punktów bez zmiany sumy ubezpieczenia.

Ubezpieczony postanowił podzielić bonus inwestycyjny na dwie równe części i wykorzystać je na opcję drugą i trzecią. Oznaczając przez $\tilde{z}_2$uzyskany wzrost sumy ubezpieczenia oraz przez $\tilde{z}_3$ spadek przyszłych składek, wyznacz $\left|\frac{\tilde{z}_3}{\tilde{z}_2}\right|$.

Dane są:

$M_x = 1\,242$ $\qquad M_{x+k} = 467$ $\qquad M_{x+n} = 172$

$N_x = 71\,070$ $\qquad N_{x+k} = 10\,640$ $\qquad N_{x+n} = 2\,095$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1,65 (B) 1,80 (C) 1,95 (D) 2,10
(E) 2,25

8. Ona (40) wylosowana jest z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_k = 130$; natomiast on (20) jest wylosowany z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_m = 110$. Obliczyć liczbę lat z, która spełnia warunek:

$$\Pr\{|T(40) - T(20)| \geq z | \min \ [T(40), T(20)] \geq z\} = \frac{1}{4}.$$

Zakładamy, że ich życia są niezależne.

(A) 22 (B) 24 (C) 26 (D) 28
(E) 30

9. Rozważamy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (x) ze składką płaconą ze stałą intensywnością przez pierwsze 20 lat ubezpieczenia. W zależności od rodzaju śmierci ubezpieczenie wypłaca:

200 000 za śmierć w nieszczęśliwym wypadku (NW),

50 000 za śmierć wywołaną przez określone choroby (CH),

100 000 za śmierć z pozostałych przyczyn (PP).

Wiadomo, że bezwarunkowe prawdopodobieństwo śmierci w populacji, z której pochodzi ubezpieczony, opisuje funkcja ${}_tq_x = 1 - 0{,}92^t$, a ponadto $4\mu_{x+t}^{(NW)} = 3\mu_{x+t}^{(CH)} = \mu_{x+t}^{(PP)}$.

Wyznacz roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu dla $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 9 430 (B) 9 560 (C) 9 690 (D) 9 820
(E) 9 950

10. Rozpatrujemy plan emerytalny, wypłacający miesięczną emeryturę w wysokości 2,5% wynagrodzenia z ostatniego miesiąca pracy za każdy skończony rok stażu. 55-letni uczestnik z 25 letnim stażem, jeśli dożyje do wieku emerytalnego, będzie miał 65,5 lat oraz będzie zarabiał 4 000 zł miesięcznie. Wyznacz obecną wartość emerytury tego uczestnika, jeśli wiadomo, że za rok wartość ta będzie o 6,1% wyższa.

Dane są:

$$ {}_tp_{55} = \frac{\omega - 55 - t}{\omega - 55} \qquad \ddot{a}^{(12)}_{55+t} = 44 - \frac{4t}{5} \qquad v = 0{,}96 \, . $$

Wskaż najbliższą wartość

(A) 785 000 (B) 788 000 (C) 791 000
(D) 794 000 (E) 797 000

LXII Egzamin dla Aktuariuszy z 10 grudnia 2012 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi.........................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	A	
3	C	
4	C	
5	D	
6	D	
7	E	
8	E	
9	A	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.