

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 10 marca 2014 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 10 marca 2014 r.

1. Zmiana rozkładu trwania życia typu C(a,b) polega na tym, że nowa funkcja μ'_x wyraża się przez „starą” funkcję μ_x wzorem

$$\mu'_x = a\mu_x + b,$$

dla każdego $x \geq 0$, przy czym a, b są parametrami. Niech ${}_t p_x(a, b)$ oznacza ${}_t p_x$ dla populacji zmienionej.

Dane są ${}_t p_x(1,05; 0,001) = 0,724650$, ${}_t p_x(1,02; 0,002) = 0,716458$.

Oblicz

$${}_t p_x(1,11; 0,004).$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,61 (B) 0,63 (C) 0,65 (D) 0,67
(E) 0,69

2. Rozważmy ciągle ubezpieczenie na życie ogólnego typu, które wypłaca świadczenie śmiertelne według schematu:

- $c(t) = t$ dla $t \leq 10$,
- $c(t) = -10 + 2t$ dla $10 \leq t \leq 20$,
- $c(t) = 10 + t$ dla $t \geq 20$.

Oblicz składkę jednorazową netto SJN. Dane są:

$$(\bar{I}\bar{A})_x = 20, \quad (\bar{I}\bar{A})_{x+10} = 15, \quad (\bar{I}\bar{A})_{x+20} = 10,$$

$${}_{10}p_x = 0,93, \quad {}_{10}p_{x+10} = 0,88, \quad v^{10} = 0,8.$$

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 25,8 (B) 25,9 (C) 26,0 (D) 26,1
(E) 26,2

3. Rozpatrujemy ubezpieczenie na dożycie do wieku 70 lat dla osób w wieku 40 lat z populacji de Moivre'a, w której kobiety charakteryzuje parametr $\omega^{(f)} = 100$, a mężczyźni $\omega^{(m)} = 80$. Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia w formie renty ciągłej.

Ubezpieczyciela obowiązuje zakaz rozróżniania płci w taryfie składek, więc kalkulację składki opiera na przewidywaniu, że wśród nabywców ubezpieczenia będzie 40% kobiet. Przy jakim udziale kobiet strata ubezpieczyciela (za cały okres ubezpieczenia, na moment wystawienia polisy) wyniesie 10% kosztów netto ubezpieczenia? Intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 52,7% (B) 53,5% (C) 54,3% (D) 55,1%
(E) 55,9%

4. Potraktujmy zakup przez (x) ubezpieczenia n –letniego na dożycie, za jednorazową składkę netto, jako inwestycję. W przypadku, gdy dożyje wieku $x+n$, zrealizowaną intensywność zwrotu (per annum) oznaczmy przez $\delta(x, n)$.

Który z poniższych wzorów przedstawia prawdziwe przybliżenie przyrostu funkcji $\delta(x, n)$ jej różniczką ?

$$(A) \quad \delta(x + \Delta x, n + \Delta n) - \delta(x, n) = \frac{\mu_{x+n} + \mu_x}{n} \Delta x + \frac{-\delta(x, n) + \delta + \mu_{x+n}}{n} \Delta n$$

$$(B) \quad \delta(x + \Delta x, n + \Delta n) - \delta(x, n) = \frac{\mu_{x+n} - \mu_x}{n} \Delta x + \frac{-\delta(x, n) + \delta + \mu_{x+n}}{n} \Delta n$$

$$(C) \quad \delta(x + \Delta x, n + \Delta n) - \delta(x, n) = \frac{\mu_{x+n} - \mu_x}{n} \Delta x + \frac{\delta(x, n) + \delta + \mu_{x+n}}{n} \Delta n$$

$$(D) \quad \delta(x + \Delta x, n + \Delta n) - \delta(x, n) = \frac{\mu_{x+n} + \mu_x}{n} \Delta x + \frac{-\delta(x, n) + \delta - \mu_{x+n}}{n} \Delta n$$

$$(E) \quad \delta(x + \Delta x, n + \Delta n) - \delta(x, n) = \frac{\mu_{x+n} - \mu_x}{n} \Delta x + \frac{-\delta(x, n) - \delta + \mu_{x+n}}{n} \Delta n$$

5. Osoba 65-letnia kupuje za jednorazową składkę netto dożywotnią rentę ciągłą wypłacającą świadczenie z intensywnością roczną 15 000 zł oraz jednorazowe świadczenie $b(t)$ za śmierć w wieku $(65+t)$ dla $0 < t < 50$. Ubezpieczenie to można w każdym momencie zamienić na rentę dożywotnią bez świadczenia śmiertelnego, wypłacającą z intensywnością roczną 18 000 zł. Podaj wysokość świadczenia śmiertelnego dla wieku 85 lat. Dane są $\mu_{65+t} = \frac{1}{37,5-0,75t}$ oraz $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 64 500 (B) 66 000 (C) 67 500 (D) 69 000
(E) 70 500

6. Za składkę jednorazową netto SJN ubezpieczony (65) kupuje polisę emerytalną, która wypłaca następująco:

- Póki żyje dostaje rentę ciągłą z intensywnością roczną 1 ,
- W chwili śmierci uposażeni dostają jednorazowo kwotę

$$c(t) = \left(1 - \frac{t}{35}\right) SJN.$$

Należy dodać, że ubezpieczony wylosowany jest z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Oblicz SJN , jeśli wiadomo, że $\bar{a}_{65} = 11$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 16,00 (B) 16,04 (C) 16,08 (D) 16,12
(E) 16,16

7. Rozpatrujemy ciągły typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł oraz składką płaconą ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Ubezpieczona populacja ma wykładniczy rozkład czasu trwania życia z parametrem $\mu = 0,002$, a intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,008$. Roczna intensywność kosztów administracyjnych maleje równomiernie od 8% sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy do 2% w momencie wygaśnięcia polisy z tytułu dożycia. Wyznacz moment, w którym rezerwa na koszty administracyjne (na 1 polisę aktywną) osiągnie minimalną wartość. Wskaż najbliższą wartość (w latach).

- (A) 10,2 (B) 10,6 (C) 11,0 (D) 11,4
(E) 11,8

8. Rozpatrujemy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł. Ubezpieczeni są mężczyznami z populacji wykładniczej ze śmiertelnością $\mu^{(s)} = 0,02$. Są oni narażeni na ryzyko zawału z intensywnością $\mu^{(z)} = 0,05$, lecz zawał nie jest śmiertelny, ale podnosi do końca życia ryzyko śmierci do poziomu $\mu^{(zs)} = 0,08$. Po pierwszym zawale kolejne zawały nie zmieniają już śmiertelności. Ubezpieczenie jest sprzedawane osobom, które jeszcze nie miały zawału. Oblicz jednorazową składkę netto w tym ubezpieczeniu dla oprocentowania $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 47 900 (B) 48 200 (C) 48 500 (D) 48 800
(E) 49 100

9. Emerytura małżeńska typu $E(a,b;c,d)$ działa następująco

- Gdy żyją oboje, ona (x) otrzymuje a na początku roku, a on (y) otrzymuje c na początku roku.
- Gdy żyje tylko ona (x), to otrzymuje b na początku roku.
- Gdy żyje tylko on (y), otrzymuje d na początku roku.

Liczby a,b,c,d są nieujemnymi parametrami polisy.

Wiadomo ponadto, że udział świadczeń dla niej w składce jednorazowej wynosi $2/3$ całej składki. Dane są

$$\ddot{a}_{x:y} = 6, \quad \ddot{a}_{\overline{x:y}} = 12, \quad \ddot{a}_x = 10.$$

Oblicz parametr d dla polisy $E(2,3;2,d)$. Zakładamy, że ich życia są niezależne.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
(E) 4

10. W planie emerytalnym typu „*Defined Contribution*” przez cały okres aktywności jest płacona składka emerytalna w formie renty ciągłej z intensywnością roczną 10 000 zł. Uczestnicy planu pochodzą z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu życia z parametrem $\mu = 0,03$. W stanie aktywnym uczestnikom grozi odejście z planu z przyczyny innej niż śmierć ze stałą roczną intensywnością $\mu = 0,04$. Osobom, które umierają lub wychodzą z planu przed przejściem na emeryturę, plan zwraca składki wraz z technicznym oprocentowaniem. Wszyscy uczestnicy wchodzi do planu w wieku 25 lat. Referencyjnym wiekiem emerytalnym jest 65 lat; po jego osiągnięciu wypłacana jest dożywotnia emerytura w formie renty ciągłej, a jej wysokość jest ustalana według zasad obowiązujących w ubezpieczeniu rentowym. Przy technicznym oprocentowaniu $\delta = 0,05$ oblicz, o ile miesięcy trzeba opóźnić przejście na emeryturę, by otrzymywać świadczenie o 25% wyższe od referencyjnego. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 39 (B) 41 (C) 43 (D) 45
(E) 47

LXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 10 marca 2014 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	B	
3	E	
4	B	
5	C	
6	B	
7	A	
8	C	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.