Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXVIII Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 26 marca 2018 r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.
Dla pewnej kohorty dana jest mieszanina funkcji opisująca rozkład trwania życia:

$$F(t) = \lambda\left(1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\theta_1}\right)^{\beta_1}\right]\right) + (1-\lambda)\left(1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\theta_2}\right)^{\beta_2}\right]\right)$$

dla której oszacowano: $\hat{\lambda} = 0{,}2$ oraz $\hat{\beta}_1 = 3$, $\hat{\beta}_2 = 4$, $\hat{\theta}_1 = 15$, $\hat{\theta}_2 = 50$.
Nadumieralność adolescentów obserwowana w przebiegu intensywności zgonów kończy się w tej kohorcie w wieku:

(A) dokładnie 15 lat

(B) t_0, gdzie t_0 jest rozwiązaniem równania:

$$t \cdot exp\left(-\frac{t^4}{50^4}\right) = -\frac{50000}{27 \cdot 16} \cdot exp\left(-\frac{1}{15^3}\right)$$

(C) t_0, gdzie t_0 jest rozwiązaniem równania

$$-\frac{1}{15^3} \cdot exp\left(-\frac{1}{15^3}\right) - \frac{4}{50^4} \cdot exp\left(lnt - \frac{t}{50^4}\right) = 0$$

(D) t_0, gdzie t_0 jest rozwiązaniem równania

$$-\frac{0{,}6}{15^3} \cdot t^2 \cdot exp\left(-\frac{t^3}{15^3}\right) - \frac{0{,}8}{50^4} \cdot t^3 \cdot exp\left(-\frac{t^4}{50^4}\right) = 0$$

(E) żadne z powyższych

Zadanie 2.
Ubezpieczyciel planuje sprzedaż bezterminowego ubezpieczenia na życie (typu ciągłego), z sumą ubezpieczenia 100 tys. zł, skierowanego do populacji A. Część osób populacji A została narażona na czynniki promieniotwórcze, co wpłynęło na intensywność umieralności tej podpopulacji. Pierwotnie intensywność umieralności wyrażona była wzorem $\mu_x = \frac{1}{100-x}$ dla $0 \le x \le 100$, podpopulacja narażona na czynniki promieniotwórcze ma intensywność większą o $\frac{10}{(100-x)\cdot(90-x)}$. Ubezpieczyciel skalkulował składkę dla 45-latków. Zakładając, że ubezpieczyciel nie ma możliwości identyfikacji członków podpopulacji narażonej na czynniki promieniotwórcze wyznacz odsetek osób nienarażonych w populacji A, dla których składka w wysokości $P = 4000$ nie daje oczekiwanej straty na 1 polisę, na moment jej wystawienia.
Intensywność oprocentowania $\delta = 0{,}04$.

(A) co najmniej 24,4%

(B) co najmniej 71,2%

(C) co najmniej 74,6%

(D) co najmniej 94,6%

(E) żadne z powyższych

Zadanie 3.
W populacji osób chorujących na pewną chorobę obserwowano czas przeżycia:

Pacjent	Data rozpoznania	Data ostatniego kontaktu z pacjentem lub data zgonu[a]	Zmienna ucięta[b]
A	1 I 2008	1 IX 2009	0
B	1 I 2008	1 XII 2010	1
C	1 I 2010	1 VI 2012	1
D	1 I 2012	1 IV 2016	0
E	1 I 2014	1 I 2015	0
F	1 I 2015	30 VI 2015	0
G	1 I 2015	1 I 2018	1
H	1 I 2015	1 I 2017	1

a O ile zgon nastąpił. *b* Zgon=1.

Za pomocą estymatora Kaplana-Meiera ocenić prawdopodobieństwo przeżycia 3-letniego.

(A) 0,200

(B) 0,219

(C) 0,400

(D) 0,600

(E) żadne z powyższych

Zadanie 4.
Wyznacz współczynnik względnego narzutu bezpieczeństwa zwiększający składkę netto, które w jednorodnym portfelu ubezpieczyciela zagwarantują wypłacalność z prawdopodobieństwem 0,98. Portfel zawiera 250 polis wystawionych dla 45-latków, płatnych w momencie śmierci, pod warunkiem, że śmierć nastąpiła do 70tych urodzin. Każda z polis wystawiona została na sumę 80 tys. zł. Czas trwania życia jest zgodny z prawem de Moivre'a ($\omega = 110$), intensywność oprocentowania jest na poziomie 0,05.

(A) 0,139

(B) 0,173

(C) 0,253

(D) 2,193

(E) żadne ze wskazanych

Zadanie 5.
Wyznacz $\ddot{a}_{x:\overline{5}|}^{(12)}$ przy założeniu, że funkcja l_{x+t} jest w jednorocznej grupie wieku liniowa, jeżeli dane są
i=0,05; ${}_5p_x = 0{,}95$; $\ddot{a}_{x:\overline{5}|} = 2{,}50$

(A) 2,38

(B) 2,40

(C) 2,42

(D) 2,44

(E) 2,46

Zadanie 6.
Ubezpieczyciel sprzedaje ubezpieczenie bezterminowe dla pary, zobowiązując się do wypłaty 1 zł w chwili śmierci pierwszej osoby z pary. Składka będzie płacona aż do pierwszej śmierci za pomocą renty życiowej ciągłej z intensywnością netto $\bar{P}$. Obliczyć rezerwę składek netto po 20 latach od wystawienia polisy. Przyszłe czasy życia obu osób $T(x_1)$ oraz $T(x_2)$ uznane zostały za niezależne zmienne losowe; jednocześnie wiadomo, że w populacji $T(x_1) \sim U(0; 87)$ oraz $T(x_2) \sim U(0; 75)$
$\delta = 0{,}05$;w chwili zawarcia umowy $x_1 = 45$; $x_2 = 25$

(A) 0,052

(B) 0,063

(C) 0,329

(D) 0,333

(E) żadne z powyższych

Zadanie 7.
Otwarty plan emerytalny (model ciągły) oferuje osobom w wieku 67 lat dożywotnią emeryturę płatną z roczną intensywnością 100 zł za każde 1000 zł wniesionego kapitału, bez względu na płeć osoby przystępującej do planu.
Umieralność 67-letnich mężczyźni w populacji opisuje prawo de Moivre'a ($\omega_m = 75$), zaś umieralność 67-letnich kobiet analogiczne prawo ($\omega_k = 87$). Wyznacz oczekiwaną stratę ubezpieczyciela dla zbiorowości nowych 67-letnich członków planu, jeśli zawarto 150 umów z mężczyznami wpłacającymi przeciętnie po 150 tys. zł oraz 60 umów z kobietami wpłacającymi przeciętnie po 120 tys. zł.
Intensywność oprocentowania wynosi 0,05.

(A) 13 180 000

(B) 16 490 000

(C) 132 100 000

(D) 13 180 000 000

(E) żadne z powyższych

Zadanie 8.
Pewna 65-letnia kobieta wykupuje dożywotnie ubezpieczenie rentowe wypłacające 24 tys. zł na koniec każdego roku ubezpieczenia. W chwili wykupu ubezpieczenia kobieta cierpi z powodu pewnej niesprawności, którą można skorygować operacyjnie. Gdyby nie poddała się operacji powinna być zaliczona do grupy osób, których umieralność podlega prawu de Moivre'a z wiekiem granicznym 75 lat. O ile podda się operacji, a ta zakończy się sukcesem, będzie można zaliczyć ją do grupy, której umieralność podlega temu samemu prawu z wiekiem granicznym 85 lat. Za sukces uznaje się przeżycie pacjenta, w tym typie zabiegów z prawdopodobieństwem 0,70. Przyjmuje się, że po operacji nie ma żadnych komplikacji, a skuteczność metody w korygowaniu schorzenia jest 100%. Wyznacz jednorazową składkę za ubezpieczenie, jeżeli termin planowanej operacji został wyznaczony za pół roku (a kobieta nie wycofa się).
Stopa procentowa 3%.

(A) 231 508

(B) 234 955

(C) 236 382

(D) 405 951

(E) żadne z powyższych

Zadanie 9.
Rozważamy ubezpieczenie emerytalne 50-latka, który należy do populacji o stałym, niezależnym od wieku tempie umieralności wynoszącym 0,02. Ma ono polegać na tym, że przez najbliższe 15 lat będzie on płacił składkę netto co roku, a po dożyciu do 65 r.ż. zacznie otrzymywać rentę dożywotnią w wysokości 1 zł na początku roku. Przyjmując $i = 3\%$ wyznacz π_{22}^{s}.

(A) -0,143

(B) -0,343

(C) -0,602

(D) -0,620

(E) -0,921

Zadanie 10.
Z ubezpieczenia dla 5-osobowej rodziny, będzie wypłacana suma 1 zł każdej osobie przeżywającej w momencie śmierci jednego z członków rodziny (dla uproszczenia przyjmujemy, że jednoczesne śmierci nie są możliwe, a czasy trwania życia poszczególnych członków rodziny to zmienne niezależne). Rodzice (2) należą do populacji wykładniczej o intensywności umieralności niezależnej od wieku z przeciętnym trwaniem życia 70 lat, zaś dzieci (3) należą do analogicznej populacji wykładniczej z przeciętnym trwaniem życia 90 lat. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie.
Intensywność oprocentowania wynosi 0,05.

(A) $\frac{4}{11} + \frac{4}{13} + \frac{64}{127}$

(B) $\frac{4}{11} + \frac{12}{13} + \frac{384}{127}$

(C) $\frac{4}{11} + \frac{4}{13} + \frac{32}{95}$

(D) $\frac{4}{11} + \frac{12}{13} + \frac{192}{95}$

(E) $\frac{4}{11} + \frac{12}{13} + \frac{64}{127}$

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 26 marca 2018 r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	E	
2	E	
3	D[a]	
4	A	
5	A	
6	C	
7	E	
8	E	
9	C	
10	D	

a Komisja uznała również odpowiedź B.

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.