

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXVII Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 20 listopada 2017r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

W pewnej kohorcie umieralność opisuje funkcja:

$$\mu_x = \frac{\beta}{\theta} \cdot \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1},$$

dla której oszacowano: $\hat{\beta} = \frac{1}{6}$ oraz $\hat{\theta} = 6$.

Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że członek tej kohorty, który urodził się dnia 02.02.1960 dożył dokładnie do dnia 02.04.2017.

- (A) 0,070952
- (B) 0,011825 przyjmując założenie o jednostajnym rozkładzie trwania życia w ciągu roku.
- (C) 0,070952 przyjmując założenie o stałej stopie wyjścia z populacji w ciągu roku.
- (D) 0,059127 przyjmując założenie Balducciego.
- (E) żadne z powyższych

Zadanie 2.

Dany jest dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie osoby w wieku 65 lat z populacji, której umieralność opisuje prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym 105 lat. Ubezpieczyciel wypłaci świadczenie na koniec roku, w którym nastąpiła śmierć ubezpieczonego w wysokości sumy ubezpieczenia $S=10\ 000$ powiększonej o bonus. Bonus ma charakter funkcji: $B(n) = (1+q)B(n-1)$, przy czym $B(0) = 10\ 000$ zaś $q = 1\%$. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, gdy $i = 3\%$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 13 987
- (B) 13 986
- (C) 18 491
- (D) 18 492
- (E) 5 779

Zadanie 3.

W populacji osób chorujących na pewną chorobę obserwowano czas przeżycia:

Pacjent	Data rozpoznania	Data ostatniej wizyty w poradni	Data zgonu ^a
1	1 I 2000	1 IX 2009	1 I 2010
2	1 I 2000	1 XII 2000	1 I 2001
3	1 I 2002	1 VI 2002	30 VI 2002
4	1 I 2004	1 IV 2006	30 VI 2006
5	1 I 2004	1 I 2005	
6	1 I 2005	30 VI 2005	1 I 2006
7	1 I 2005	1 I 2008	
8	1 I 2005	1 I 2007	

^a O ile zgon nastąpił.

Za pomocą estymatora Kaplana-Meiera ocenić prawdopodobieństwo przeżycia 3-letniego.

- (A) 0,750
- (B) 0,625
- (C) 0,417
- (D) 0,175
- (E) 0,486

Zadanie 4.

Mając tablicę dwuprzyczynową obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba w wieku 63 lat umrze z powodu przyczyny (1) przed osiągnięciem wieku 66 lat.

x	l_x	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$
63	1000	100	200
64	700	160	320
65	220	160	60

- (A) 0,36
- (B) 0,42
- (C) 0,46
- (D) 0,54
- (E) żadne ze wskazanych

Zadanie 5.

Osoba w wieku x lat wykupiła terminowe ubezpieczenie z sumą 1 płatną po 10 latach w przypadku dożycia (Z_1) lub 1 na koniec roku jej śmierci, w przypadku, gdyby zmarła wcześniej (Z_2). Wiadomo, że:

$$\text{Var}(Z_1+Z_2)=a; v=0,95; {}_{10}p_x=0,9; \ddot{a}_{x:\overline{10}|}=b$$

Znajdź wariancję w ubezpieczeniu terminowym na życie przy analogicznych warunkach.

(A) $a + 0,0323b - 0,4647$

(B) $a - 0,0323b - 0,4647$

(C) $a - 0,0539b - 0,4647$

(D) $a - 0,0539b + 0,4647$

(E) $a + 0,0539b - 0,4647$

Zadanie 6.

Ubezpieczyciel oferuje dożywotnie ubezpieczenie rentowe. W ofercie dla 45-latka ubezpieczony ma przez następne 22 lata (lub krócej w przypadku wcześniejszej śmierci) płacić roczną regularną składkę brutto P_{brutto} . Po dożyciu wieku 67 lat ubezpieczony zacząłby otrzymywać coroczną rentę w wysokości 1 zł netto (płatne na początku roku). Jednorazowe koszty akwizycji wynoszą 50 groszy; koszt poboru składki lub wypłaty emerytury wynosi 1% przekazywanej kwoty, roczne koszty obsługi ubezpieczenia, ponoszone każdorazowo na początku roku, przez cały okres ubezpieczenia wynoszą 2 grosze.

Oblicz P_{brutto} , jeśli dane są: $\ddot{a}_{45:\overline{22}|} = 15$; ${}_{22|}\ddot{a}_{45} = 3$

- (A) 0,276
- (B) 0,279
- (C) 0,262
- (D) 0,265
- (E) 0,270

Zadanie 7.

Dana jest populacja 50 osób w wieku $x=0$ lat. Dla tej populacji zakłada się, że wiek graniczny będzie wynosił 100 lat, a intensywność umieralności będzie spełniać

$$\text{równość } \mu_{x+t} = \frac{1}{100 - x - t}.$$

Niech zmienna losowa Y oznacza czas oczekiwania do pierwszej śmierci w tej populacji. Obliczyć odchylenie standardowe zmiennej Y .

- (A) 0,9611
- (B) 0,9803
- (C) 3,6968
- (D) 1,9227
- (E) żadne z powyższych

Zadanie 8.

Rozpatrujemy małżeństwo mężczyzny w wieku 65 lat oraz kobiety w wieku 60 lat. Populacje kobiet i mężczyzn charakteryzuje tempo umieralności zgodne z modelem de Moivre'a, przy czym graniczny wiek dla mężczyzn wynosi 90, zaś dla kobiet 100 lat. Wyznacz wartość oczekiwaną $\min(T_M(65, t), T_K(60, t))$.

- (A) 9,896
- (B) 9,869
- (C) 12,50
- (D) 12,33
- (E) 20,00

Zadanie 9.

Dla ciągłego typu ubezpieczenia na życie x -latka ze zmienną sumą ubezpieczenia $c(t)$ składka netto ma stałą intensywność roczną $\pi(t)=0,06$. Dzieli się ona w stosunku 1:1 na składkę $\pi^{(s)}(t)$ oraz $\pi^{(r)}(t)$. Oblicz wysokość świadczenia $c(10)$ jeżeli $\mu_{x+10}=0,05$, zaś intensywność oprocentowania $0,04$.

(A) $0,6 + 0,75(e^{0,4} - 1)$

(B) $0,5 + 0,75(e^{0,4} - 1)$

(C) $0,03 + 0,75(e^{0,4} - 1)$

(D) $0,5 + 1,5(e^{0,4} - 1)$

(E) $0,6 + 1,5(e^{0,4} - 1)$

Zadanie 10.

30-letnia osoba zaciągnęła kredyt na 20 lat z roczną ratą a , spłacaną jako renta ciągła (z intensywnością oprocentowania δ). Polisa daje wierzycielowi pozostałą do spłaty część długu w momencie śmierci kredytobiorcy przed upływem 20 lat. Ile wynosi składka jednorazowa przy tym ubezpieczeniu?

(A) $\frac{a}{\delta} \left(A_{30:\overline{20}|}^1 - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30} \right)$

(B) $\frac{a}{\delta} \left(A_{30:\overline{20}|}^1 - v^{20} \cdot {}_{19}p_{30} \cdot q_{49} \right)$

(C) $\frac{a}{\delta} \left(A_{30:\overline{20}|}^1 - v^{20} \cdot {}_{20}q_{30} \right)$

(D) $\frac{a}{\delta} \left(A_{30:\overline{20}|}^1 - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30} \cdot \mu_{30+20} \right)$

(E) $\frac{a}{\delta} \left(A_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30} \right)$

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 20 listopada 2017r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	E	
2	A	
3	B	
4	B	
5	D	
6	C	
7	D	
8	A	
9	A	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.