

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXV Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2016 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 5 grudnia 2016 r.

1. Ona (40) jest wybrana z populacji z wiekiem nieprzekraczalnym 121, przy czym rozkład trwania życia spełnia warunek

$$\dot{e}_x^{(k)} = \frac{121-x}{2,4} \text{ dla } x < 121.$$

Natomiast on (30) jest wybrany z populacji z wiekiem nieprzekraczalnym 98, przy czym rozkład trwania życia spełnia warunek

$$\dot{e}_x^{(m)} = \frac{98-x}{2,7} \text{ dla } x < 98.$$

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że obydwoje przeżyją co najmniej 37 lat.

Zakładamy, że ich życia są niezależne.

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,09 (B) 0,11 (C) 0,13 (D) 0,15 (E) 0,17

2. Na osobę w wieku $(65\frac{3}{4})$ lat wystawiono 20-letnią rentę życiową, wypłacającą świadczenie raz w roku, poczynając od zaraz. Pierwsza wypłata wynosi 20 000 zł, a każda następna jest o 1 000 zł mniejsza. Oblicz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, przyjmując, że śmiertelność w każdym roczniku ma jednostajny rozkład. Dane są:

$$i=0,05 ; \quad p_{65} = 0,9727 ; \quad {}_{20}p_{65} = 0,28034 ; \quad \ddot{a}_{65:\overline{20}|} = 9,6725 ;$$

$$(D\ddot{a})_{65:\overline{20}|} = 131,872 .$$

Wskaż najbliższą wartość

- (A) 130 660 (B) 131 070 (C) 131 480 (D) 131 890
(E) 132 300

3. Rozważamy bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) , wylosowanego z populacji wykładniczej. Polisa wypłaci 1 w chwili śmierci, a opłacana jest za pomocą ciągłej renty życiowej składek ze stałą intensywnością netto. Niech L oznacza stratę ubezpieczyciela na moment wystawienia polisy. Oblicz $Var(L)$, jeśli $\frac{\delta}{\mu} = 1,769$.

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,20 (B) 0,22 (C) 0,24 (D) 0,26
(E) 0,28

4. Rozpatrujemy dyskretny przypadek bezterminowego ubezpieczenia na życie.

Ubezpieczający ma do wyboru dwa warianty ubezpieczenia.

W pierwszym sumą ubezpieczenia wynosi 200 000 zł i wymaga płacenia dożywotniej składki netto w stałej wysokości od momentu wystawienia polisy.

W drugim wariantcie sumą ubezpieczenia wynosi 300 000 zł. W momencie wystawienia polisy ubezpieczający wpłaca jednorazową składkę netto A , a rok później rozpoczyna płacenie dożywotniej rocznej składki netto w stałej wysokości P . Składki A oraz P zostały wyznaczone tak, by wariancja straty ubezpieczyciela (na moment wystawienia polisy) była w wariantcie drugim o 50% wyższa od analogicznej wariancji w pierwszym ubezpieczeniu.

Oblicz składkę A , jeśli $i=0,04$ oraz $\ddot{a}_x = 12,5847$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 55 050 (B) 57 030 (C) 59 010 (D) 60 990
(E) 62 980

5. Rozważamy (x) wylosowanego z populacji wykładniczej z parametrem $\mu = 0,0167$, który za jednorazową składkę netto kupił ubezpieczenie na życie: wypłaci ono 1 w chwili jego śmierci. Techniczna stopa oprocentowania wynosi $\delta = 0,025$. Niech $\rho = \rho(T)$ oznacza stopę zwrotu (w kategoriach rocznej intensywności stopy zwrotu) z tego ubezpieczenia, potraktowanego jako inwestycja jednorazowej składki. Oblicz prawdopodobieństwo:

$$\Pr(\rho \geq \delta).$$

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,447 (B) 0,457 (C) 0,467 (D) 0,477
(E) 0,487

6. Ubezpieczyciel podaje w OWU, że wartość gotówkową polisy wyznacza rezerwa składek netto pomniejszona o niezamortyzowane koszty początkowe, rozkładane metodą Zillmera na cały okres płacenia składek. Zastrzega również, że wypłacana wartość gotówkowa nie może być niższa od 96% rezerwy netto.

Rozważ dyskretny typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł oraz roczną składką płatną w stałej wysokości przez cały okres ubezpieczenia. Wyznacz maksymalną kwotę kosztów początkowych, taką, że ubezpieczyciel nie poniesie straty w przypadku, gdy ubezpieczający zrezygnuje po pierwszym roku z kontynuacji ubezpieczenia. Dane są:

$$D_x = 78\,715; \quad N_x = 1\,093\,450; \quad N_{x+2} = 940\,470; \quad N_{x+20} = 173\,480.$$

Wskaż najbliższą wartość w złotych.

- (A) 123 (B) 127 (C) 131 (D) 135
(E) 139

7. Rozważamy ubezpieczenie ciągle 40-letnie dla (23), które wypłaci świadczenie $c(t)$ w chwili śmierci, jeśli ubezpieczony umrze w wieku $(23+t)$ dla $t < 40$.

Funkcja świadczenia śmiertelnego $c(t)$ określona jest następująco:

$$c(t) \equiv 1 \text{ dla } t \leq 10; \text{ natomiast } c(t) = (40 - t)/30 \text{ dla } 10 \leq t < 40.$$

Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia w formie renty życiowej ciągłej 40-letniej z odpowiednio dobraną roczną intensywnością netto \bar{P} .

Ubezpieczony wybrany jest z populacji wykładniczej z parametrem $\mu = \frac{1}{70}$, a

techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$.

Oblicz $V'(0)$ (chodzi o pochodną prawostronną rezerwy).

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) -0,0062 (B) -0,0052 (C) -0,0042 (D) -0,0032
(E) -0,0022

8. Ubezpieczeni pochodzą z populacji Gompertza, w której śmiertelność mężczyzn opisuje funkcja $\mu_{x+t}^{(M)} = B \cdot c^{x+t}$, gdzie $B > 0$ oraz $c = 1,02918$, a śmiertelność kobiet funkcja $\mu_{x+t}^{(F)} = 0,75 \cdot \mu_{x+t}^{(M)}$.

Rozpatrujemy dyskretny typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie dla osoby w wieku 50 lat. Ubezpieczenie wypłaca świadczenie śmiertelne w wysokości 50 000 zł na koniec roku śmierci, a stała składka jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Mężczyźni i kobiety płacą tę samą roczną składkę, a różnica w śmiertelności wyraża się w kwocie za dożycie, dobranej tak, by była ona jednakowa dla obydwu płci.

Podaj sumę ubezpieczenia za dożycie, znając liczby komutacyjne dla mężczyzn.

	x=40	x=45	x=50	x=55	x=60	x=65	x=70
D_x	20 755	12 545	7 475	4 350	2 450	1 320	665
M_x	2 155	1 745	1 370	1 020	715	470	285
N_x	204 585	118 790	67 175	36 650	19 080	9 330	4 185

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 174 050 (B) 175 550 (C) 177 050 (D) 178 550
 (E) 180 050

9. Rozważamy emeryturę małżeńską dla niej (x) i dla niego (y). Składka będzie płacona w postaci renty życiowej ciągłej, nie dłużej niż 35 lat, przy czym póki żyją oboje, intensywność składki wynosi P , a po pierwszej śmierci $2/3 P$. Po 35 latach będzie wypłacana emerytura z intensywnością 1, gdy żyją oboje, a po pierwszej śmierci $2/3$ owdowiałej osobie. Obliczyć intensywność netto składki P . Dane są

$$\bar{a}_{x:\overline{35}|} = 19,9772; \quad \bar{a}_{y:\overline{35}|} = 18,6789; \quad \bar{a}_{x:y:\overline{35}|} = 15,3821;$$

$$\bar{a}_x = 24,1043; \quad \bar{a}_y = 20,8831; \quad \bar{a}_{x:y} = 16,3325.$$

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,02$.

Wybierz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0,19 (B) 0,21 (C) 0,23 (D) 0,25 (E) 0,27

10. Branżowy plan emerytalny obsługuje grupę pracowniczą, wylosowaną z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 95$. Plan wypłaca w sposób ciągły dożywotnie emerytury od 65 roku życia. Na 1000 zł kapitału osoby przechodzącej na emeryturę wypłacane jest świadczenie z intensywnością roczną 100 zł, a następnie, po osiągnięciu 75 lat emeryci otrzymują niższe świadczenia, odpowiednio do aktuarialnego bilansu. Wyznacz intensywność wypłaty po 75 roku życia, przyjmując oprocentowanie $\delta = 0,02$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 46 (B) 48 (C) 50 (D) 52 (E) 54

LXXV Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2016 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	B	
2	A	
3	B	
4	E	
5	B	
6	B	
7	D	
8	D	
9	A	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.